Première Spécialité Phy-Chi

Chapitre 14 : Aspects énergétiques des phénomènes mécaniques

I. Comment lier vitesse et force à partir du concept d'énergie ?

1) Énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel.

Calculer l'énergie cinétique d'une voiture de 1,0 tonne roulant à la vitesse maximale autorisée sur une route départementale, soit 80 km·h^{-1}. Quelle était l'énergie de cette voiture lorsque la limitation était de 90 km·h^{-1} ?

Corrigé : L'énergie cinétique de la voiture de 1,0 t = 1,0 × 10^3 kg est :

$$E_c = \frac{1}{2}m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\times 1{,}0\times 10^3\times\left(\frac{80}{3{,}6}\right)^2 = 2{,}5\times 10^5\ \text{J}.$$

$$E_c = \frac{1}{2}m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\times 1{,}0\times 10^3\times\left(\frac{90}{3{,}6}\right)^2 = 3{,}1\times 10^5\ \text{J}.$$

2) Travail d'une force constante.

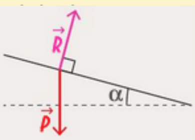
- *Utiliser l'expression du travail WAB(F) =F.AB dans le cas de forces constantes.*
- *Capacité mathématique : Utiliser le produit scalaire de deux vecteurs.*

Anna aborde avec la vitesse v_0 = 10,0 m·s^{-1} une piste de ski rectiligne, inclinée d'un angle α = 15° par rapport à l'horizontale et d'une longueur L = 500 m. On négligera tout frottement.

Données
- Norme du champ de pesanteur : g = 9,81 N·kg^{-1}
- Masse d'Anna : m = 50 kg
- On fait l'étude dans le référentiel terrestre.

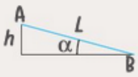
a. Dresser le bilan des forces qui s'appliquent sur Anna et les schématiser.
b. Calculer le travail de chaque force.

a. Anna subit son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas, et la réaction normale $\vec{R}$ du sol, perpendiculaire au sol vers le haut.



b. • La réaction $\vec{R}$ étant constamment perpendiculaire au mouvement, son travail $W_{AB}(\vec{R})$ est nul.

• La différence d'altitude entre A et B est h. D'après le schéma ci-contre, $\sin(\alpha) = \frac{h}{L}$, et donc $h = L\times\sin(\alpha)$.



On a donc $W_{AB}(\vec{P}) = mgL\sin(\alpha)$

Soit $W_{AB}(\vec{P}) = 50\times 9{,}81\times 500\times\sin(15°) = 6{,}3\times 10^4$ J

3) Théorème de l'énergie cinétique.

- *Utiliser l'expression de l'énergie cinétique d'un système modélisé par un point matériel. Énoncer et exploiter le théorème de l'énergie cinétique.*

En supposant les forces de frottement négligeables, utiliser le théorème de l'énergie cinétique pour calculer l'altitude maximale atteinte par une balle de tennis lancée à la vitesse v_A verticalement depuis 2,0 m au-dessus du sol.

Données
- Masse de la balle de tennis : 57 g ;
- Vitesse initiale de la balle : v_A = 7,0 m·s^{-1} ;
- Intensité du champ de pesanteur : g = 9,81 N·kg^{-1}.

Corrigé : Comme les frottements de l'air sont négligés, la balle n'est soumise qu'à son poids. L'énergie mécanique de la balle se conserve. D'après le théorème de l'énergie cinétique, on a :

$$\Delta E_c(A\to B) = W_{AB}(\vec{P}) = m\cdot g\cdot(z_A - z_B)$$

$$\Delta E_c(A\to B) = \frac{1}{2}m\cdot v_B^2 - \frac{1}{2}m\cdot v_A^2 = m\cdot g\cdot(z_A - z_B).$$

Or, $v_B = 0$ en haut de la trajectoire donc en simplifiant on trouve :

$$z_B = z_A + \frac{v_A^2}{2g}.$$

AN : $z_B = 2{,}0 + \frac{7{,}0^2}{2\times 9{,}81} = 4{,}5\,\text{m}.$

Exemple

Un enfant de masse m s’élance d’un point A situé en haut d’un toboggan présentant une partie [AB] rectiligne (doc. 9a).

① On étudie l’enfant modélisé par son centre d’inertie G.

② Le référentiel d’étude est le référentiel terrestre, supposé galiléen.

③ Le système subit :

– son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;

– les frottements de l’air et du toboggan $\vec{f}$, parallèles au toboggan, vers le haut ;

– la réaction normale du toboggan $\vec{R}$, perpendiculaire à ce dernier, vers le haut (doc. 9b).

④ Le théorème de l’énergie cinétique entre le point A (début du mouvement) et le point B (fin de la partie rectiligne) s’écrit :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f}) + W_{AB}(\vec{R})$$

$\vec{R}$ ne travaille pas, car elle est perpendiculaire au déplacement.

Le travail du poids est $W_{AB}(\vec{P}) = mg(y_A - y_B)$.

Comme $W_{AB}(\vec{P}) > 0$, le poids est moteur.

Si la norme f des frottements est constante, alors $W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB$.

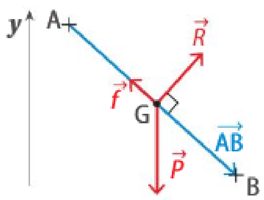
Comme $W_{AB}(\vec{f}) < 0$, les frottements sont résistants.

Si l’on note v_A la vitesse de l’enfant en A, v_B sa vitesse en B, on obtient :

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2 = mg(y_A - y_B) - f \times AB$$

À la suite de cela, on peut extraire la grandeur recherchée. Par exemple, la vitesse acquise en B s’écrit : $v_B = \sqrt{v_A{}^2 + mg(y_A - y_B) - f \times AB}$

b.

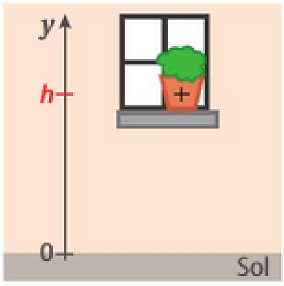


Doc. 9 Un enfant descend sur un toboggan (a). Le schéma des forces subies par l’enfant (b).

II. L’énergie de hauteur.

1) Energie potentielle.

- *Établir et utiliser l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur pour un système au voisinage de la surface de la Terre.*



Doc. 3 La valeur de l’énergie potentielle de pesanteur dépend de l’altitude choisie comme référence.

Un pot de fleur de masse $m = 3{,}0$ kg est posé sur le rebord d’une fenêtre située à $h = 5{,}0$ m au-dessus du sol (doc. 3).

Si la référence d’énergie potentielle de pesanteur est fixée au niveau du sol, l’énergie potentielle de pesanteur du pot de fleur vaut :

$E_{pp} = mgh = 3{,}0 \times 9{,}81 \times 5{,}0 = 1{,}4 \times 10^2$ J.

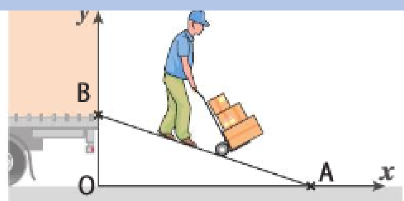
Elle vaut 0 J si la référence est fixée à la hauteur h.

2) A quoi correspond l’énergie potentielle de pesanteur ?

3) Force conservative : le poids.

Un déménageur charge des caisses et un chariot (doc. 7), d’une masse totale $m = 100$ kg, dans un camion, en les transportant du point A au point B, séparés de $y_B - y_A = 1{,}00$ m verticalement et de $x_B - x_A = -3{,}00$ m horizontalement. Quel que soit le chemin adopté par le déménageur, le travail du poids des caisses et du chariot vaut :

$W_{AB}(\vec{P}) = mg(y_A - y_B) = 100 \times 9{,}81 \times (-1{,}00) = -981$ J.



Doc. 7 Le déménageur transporte son chariot de A à B.

4) Forces non-conservatives : exemple des frottements.

- *Calculer le travail d'une force de frottement d'intensité constante dans le cas d'une trajectoire rectiligne.*

III. Énergie mécanique.

1) Définition de l'énergie mécanique : Em.

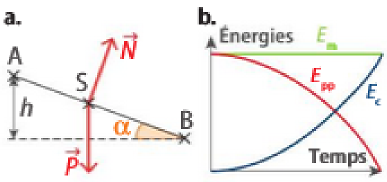
- *Identifier des situations de conservation et de non conservation de l'énergie mécanique.*

2) Cas ou l'énergie mécanique se conserve.

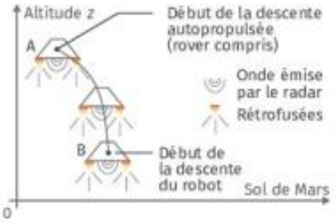
- *Exploiter la conservation de l'énergie mécanique dans des cas simples : chute libre en l'absence de frottement, oscillations d'un pendule en l'absence de frottement, etc.*

Doc. 4 Une skieuse en descente.

On étudie une skieuse de masse m qui dévale de A à B une piste de ski de dénivelé h, sans vitesse initiale (doc. 4).
L'étude se fait dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Si l'on néglige l'action de l'air et les frottements du sol, les seules forces qu'elle subit sont son poids $\vec{P}$ et la réaction normale du support $\vec{N}$ (doc. 5a).
La seule force non conservative qui s'exerce, $\vec{N}$ ne travaille pas.
L'énergie mécanique de la skieuse est donc conservée (doc. 5b).
En A, elle s'écrit $E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = 0 + mgh$ en considérant le bas de la piste comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.
En B, elle s'écrit $E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0$ en notant v_B la vitesse de la skieuse à l'arrivée en B.
La conservation de l'énergie mécanique donne donc $mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$.
On peut en déduire le lien entre la vitesse acquise v_B et le dénivelé h.



Doc. 5 En l'absence de frottements.
Schéma des forces subies par la skieuse (a).
Variation des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique de la skieuse (b).



Énoncé

Curiosity, robot mobile de la NASA, a atterri avec succès sur Mars le 6 août 2012.
Le véhicule dispose de 75 kg d'équipements scientifiques. À 2,00 km d'altitude et à une vitesse de 100 m·s^{-1}, débute la descente autopropulsée puis à 20 m du sol, avec une vitesse de 75 cm·s^{-1} seulement, l'étage de descente commence à descendre le robot au bout de trois filins de 7,50 mètres pour déposer Curiosity en douceur.

D'après le sujet Bac S, Centres étrangers, 2014.

1. Déterminer le travail du poids entre A et B et commenter.
2. Montrer que l'énergie mécanique du rover ne se conserve pas entre A et B. Justifier cette non-conservation.
3. Déduire des deux questions précédentes l'intensité de la force de frottement de l'air $\vec{f}$ supposée constante. On assimile la trajectoire du rover à une droite.

Solution rédigée

1. Le travail du poids s'écrit : $W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$. Le rover débute sa descente à $z_A = 2{,}00$ km d'altitude pour atteindre le point B en $z_B = 20$ m.
$W_{AB}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B) = 2{,}0 \times 10^3 \times 3{,}7 \times (2{,}00 \times 10^3 - 20) = 1{,}5 \times 10^7$ J.
Ainsi $W_{AB}(\vec{P}) > 0$. Le travail du poids est donc moteur.
2. $E_m(A) = E_c(A) + E_p(A) = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot z_A = 2{,}5 \times 10^7$ J.
$E_m(B) = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot z_B = 1{,}5 \times 10^5$ J.
Ainsi $E_m(A) \neq E_m(B)$. L'énergie mécanique du système ne se conserve pas. Il existe donc des forces dissipatives.
3. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système, on obtient : $E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f})$, soit : $W_{AB}(\vec{f}) = E_c(B) - E_c(A) - W_{AB}(\vec{P})$
$W_{AB}(\vec{f}) = \frac{1}{2} \times 2{,}00 \times 10^3 (0{,}75^2 - 100^2) - 1{,}5 \times 10^7 = -2{,}5 \times 10^7$ J.
Enfin $W_{AB}(\vec{f}) = \vec{f} \cdot \vec{AB}$ donc $f = \frac{W_{AB}(\vec{f})}{z_B - z_A} = \frac{-2{,}5 \times 10^7}{-1{,}98 \times 10^3} = 1{,}3 \times 10^4$ N.

3) Cas ou l'énergie mécanique ne se conserve pas.

- *Utiliser la variation de l'énergie mécanique pour déterminer le travail des forces non conservatives.*

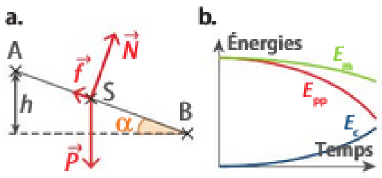
La skieuse subit maintenant, en plus, les frottements $\vec{f}$ de l'air et du sol, (doc. 6a). Son énergie mécanique n'est pas conservée (doc. 6b).

Le théorème de l'énergie mécanique s'écrit :

$$\Delta E_m = E_m(B) - E_m(A) = W_{AB}(\vec{N}) + W_{AB}(\vec{f})$$

Comme $\vec{N}$ ne travaille pas, on peut en déduire :

$$W_{AB}(\vec{f}) = E_m(B) - E_m(A) = \frac{1}{2} m v_B^{\,2} - mgh$$



Doc. 6 En présence de frottements. Schéma des forces subies par la skieuse (a).
Variation des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique de la skieuse (b).