



## Exercice 1 : Ondes gravitationnelles / 9 pts.

Pour la première fois, des scientifiques ont observé des ondes gravitationnelles, produites par la collision de deux trous noirs. Cette découverte confirme une prédiction majeure de la théorie de la relativité générale énoncée par Albert Einstein en 1915. Ces ondes ont été détectées le 14 septembre 2015 par les deux détecteurs jumeaux de LIGO (Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory) situés aux Etats-Unis à Livingston, en Louisiane, et à Hanford dans l'État de Washington, distants de 3000 km. L'analyse des données a permis d'estimer que les deux trous noirs ont fusionné il y a 1,3 milliard d'années et qu'ils avaient des masses d'environ 29 et 36 fois celle du Soleil. Selon la théorie de la relativité générale, un couple de trous noirs en orbite l'un autour de l'autre perd de l'énergie sous forme d'ondes gravitationnelles, ce qui entraîne un rapprochement des deux astres. Ce phénomène peut durer des milliards d'années avant de s'accélérer brusquement. En une fraction de seconde, les deux trous noirs entrent alors en collision et fusionnent en un trou noir unique. Une énergie colossale est alors convertie en ondes gravitationnelles. C'est cette "bouffée" d'ondes qui a été observée.

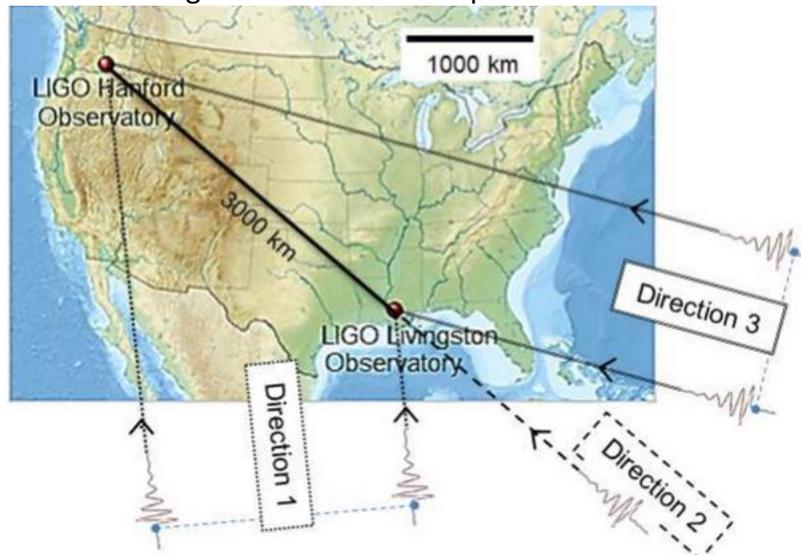
D'après le communiqué du CNRS - 11 février 2016

Données :

- Masse du Soleil :  $M_S = 2,00 \times 10^{30}$  kg ;
- Les ondes gravitationnelles se propagent à la célérité de la lumière dans le vide, soit  $c = 3,00 \times 10^8$  m.s<sup>-1</sup> ;
- Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup>.kg<sup>-1</sup>.s<sup>-2</sup>.

### 1. Quelle direction ? / 5 pts

Le détecteur de Livingston a détecté les ondes gravitationnelles 7 ms avant celui de Hanford. Cet écart a permis d'envisager trois localisations possibles de leur source.



Observatoires LIGO aux Etats-Unis ainsi que 3 directions proposées pour la source des ondes gravitationnelles.

**1.1.** Compte tenu de cet écart de détection de 7,0 ms, expliquer pourquoi les ondes gravitationnelles ne peuvent pas provenir de la direction 2.

**1.2.** Choisir, en justifiant, une direction possible pour leur provenance parmi les deux autres proposées sur la carte ci-dessus.



## 2. Les trous noirs. / 4 pts

Dans cette partie on fait l'hypothèse que les deux trous noirs ont la même masse. On considère qu'ils sont sur une même orbite circulaire de rayon  $r = 170$  km mais diamétralement opposés.

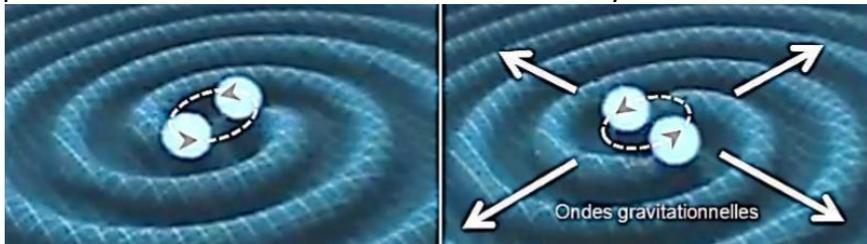


Illustration de l'émission d'ondes gravitationnelles lors de la rotation d'un couple de trous noirs de même masse.

2.1. Le rayon de l'orbite est lié à la période de révolution des trous noirs par la relation :

$$r^3 = \frac{Gm}{16\pi^2} T^2$$

Comment évolue la fréquence des ondes gravitationnelles émises par les deux trous noirs quand ils se rapprochent pour fusionner ?

2.2. La vitesse  $v$  des trous noirs peut s'écrire :

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Gm}{r}}$$

les différentes grandeurs sont dans l'unité légale.

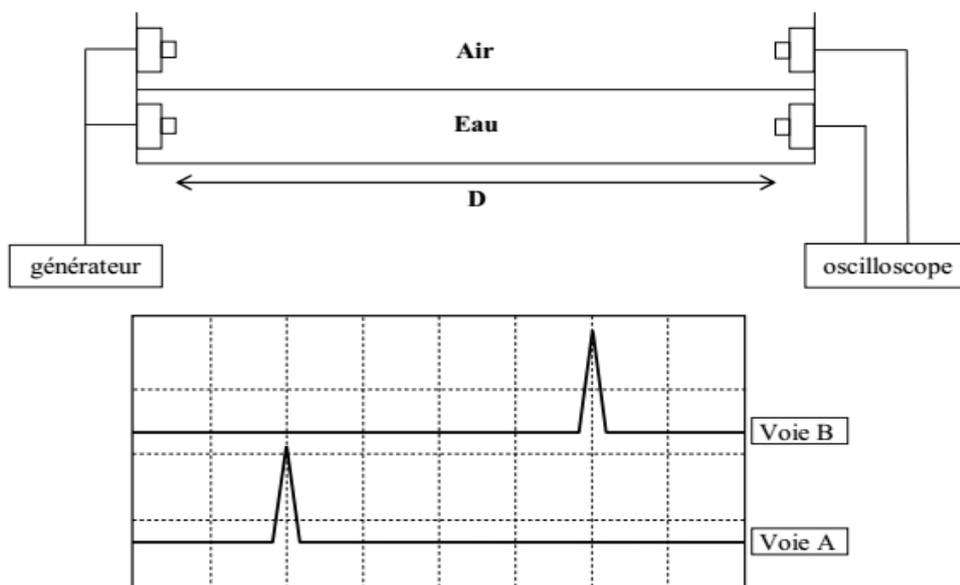
En considérant deux trous noirs, chacun de masse environ égale à 30 fois la masse du Soleil, déterminer la vitesse des trous noirs à cet instant.

2.3. Comparer cette vitesse à celle de la lumière.

## Exercice 2 : Des ondes dans l'eau / 15pts.

### Partie 1 : Détermination de la vitesse des ondes sonores dans l'eau / 4pts.

Dans une cuve remplie d'eau, on dispose à une extrémité deux haut-parleurs qui sont reliés à un générateur de fonctions et qui émettent simultanément une impulsion sonore. De l'autre côté de la cuve, on place deux récepteurs, l'un dans l'air, l'autre dans l'eau. Les récepteurs sont à une distance  $D$  des émetteurs et sont reliés à un oscilloscope dont l'oscillogramme est donné ci-dessous.





Données : vitesse du son dans l'air  $\approx 3,0 \times 10^2$  m.s<sup>-1</sup> ;

1. Le récepteur placé dans l'eau est branché à la voie A de l'oscilloscope ? La vitesse du son dans l'eau est-elle plus grande ou plus petite que dans l'air ? Justifier.
1. 2. La durée de balayage de l'oscilloscope est de 2,0 ms par division. Déterminer la vitesse du son dans l'eau.

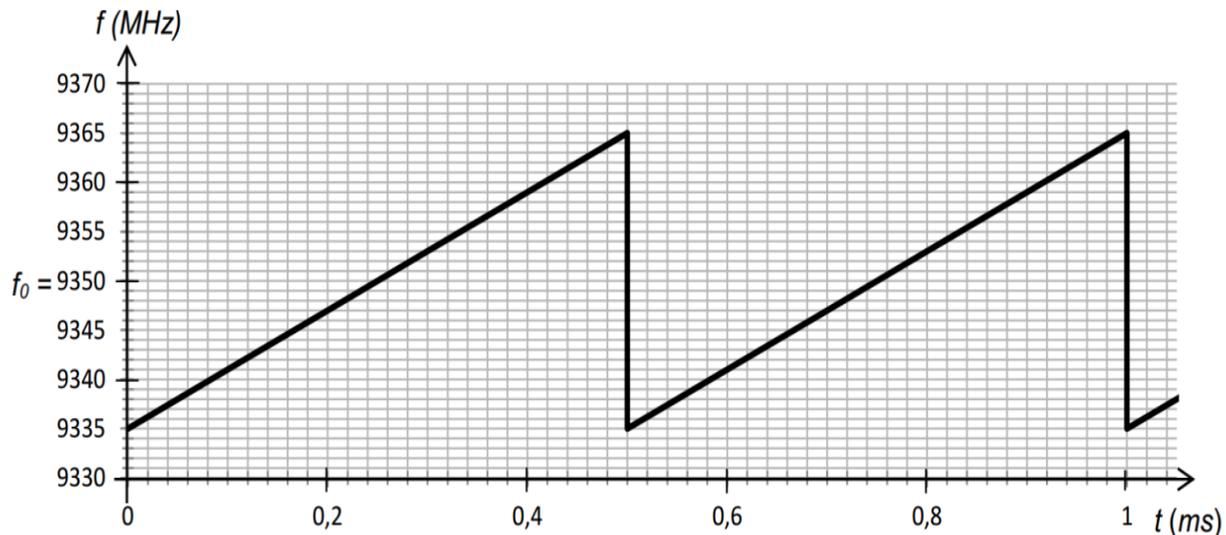
**Partie 2 : Détermination de la position d'une cible fixe par la technique de l'écho par onde électromagnétique / 11pts.**

On désigne sous le nom de radar (Radio Detection and Ranging) un dispositif qui émet des ondes électromagnétiques et qui reçoit celles réfléchies par les objets. Un tel dispositif permet, entre autres, de détecter la présence de ces objets. D'après Encyclopaedia Universalis

Données :

- la valeur de la célérité de la lumière dans le vide ou dans l'air est supposée connue par les candidats
- unité de mesure de distance employée en navigation maritime et aérienne : 1 mile nautique (mn) = 1,852 km.

On dispose d'un RADAR de surveillance maritime qui émet continuellement des ondes électromagnétiques dont la valeur de la fréquence d'émission varie périodiquement au cours du temps autour de sa fréquence de référence  $f_0$  (voir document 1). L'analyse de la fréquence de l'onde reçue lors de l'écho permet de déterminer l'instant  $t_1$  auquel l'onde a été émise.

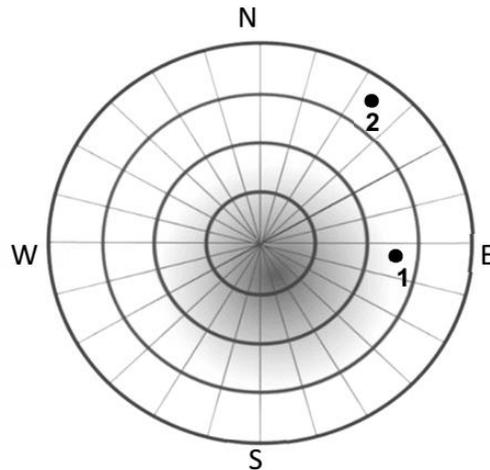


Document 1 : Variation de la fréquence de l'onde émise par le navire de surveillance maritime au cours du temps

L'analyse de la zone de surveillance met en évidence l'existence de deux échos qui correspondent à la présence de deux bateaux. L'objectif est de déterminer quel bateau est responsable de l'écho de fréquence 9344 MHz reçu à l'instant  $t = 0,43$  ms. Une copie de l'écran radar à cet instant est fournie dans le document 2.



Distance entre chaque  
cercle concentrique de  
l'écran radar :  
9 miles nautiques.  
Écran radar (site  
Pixabay)



**Document 2 : Écran radar du navire de surveillance à l'instant  $t = 0,43$  ms**

On considère que les deux bateaux sont immobiles.

- 2.1. Donner la relation entre la distance  $d$  (entre le radar et le bateau détecté) et  $\Delta t$  la durée du trajet aller-retour de l'onde.
- 2.2. À quel instant a été émise l'onde de fréquence 9344 MHz ?
- 2.3. En déduire la valeur de la distance  $d$  entre le radar et le bateau responsable de cet écho.
- 2.4. Identifier, parmi les deux bateaux, celui qui correspond à cet écho. Expliciter la démarche utilisée.
- 2.5. Déterminer la valeur de la distance maximale que peut détecter ce radar.
- 2.6 Calculer le pourcentage d'erreur avec la valeur proposée par le constructeur qui est de 36 miles nautiques.

Exercice 1 : Ondes gravitationnelles / 9 pts.

1.1. +++ Déterminons la durée  $\Delta t$  du parcours de  $d = 3000$  km entre Livingston et Hanford des ondes suivant la direction 2.

$$c = \frac{d}{\Delta t} \text{ donc } \Delta t = \frac{d}{c}$$

$$\Delta t = \frac{3000 \times 10^3}{3,00 \times 10^8} = 1,00 \times 10^{-2} \text{ s} = 10 \times 10^{-3} \text{ s} = 10 \text{ ms.}$$

Cette durée est supérieure à l'écart mesuré expérimentalement. Les ondes ne peuvent pas provenir de la direction 2.

1.2. ++ La durée du parcours étant plus courte en réalité, c'est que la distance parcourue est plus petite que 3000 km. On peut calculer cette distance  $d'$ .

$$d' = c \cdot \Delta t'$$

$$d' = 3,00 \times 10^8 \times 7 \times 10^{-3} = 2,1 \times 10^6 \text{ m} = 2,1 \times 10^3 \text{ km}$$

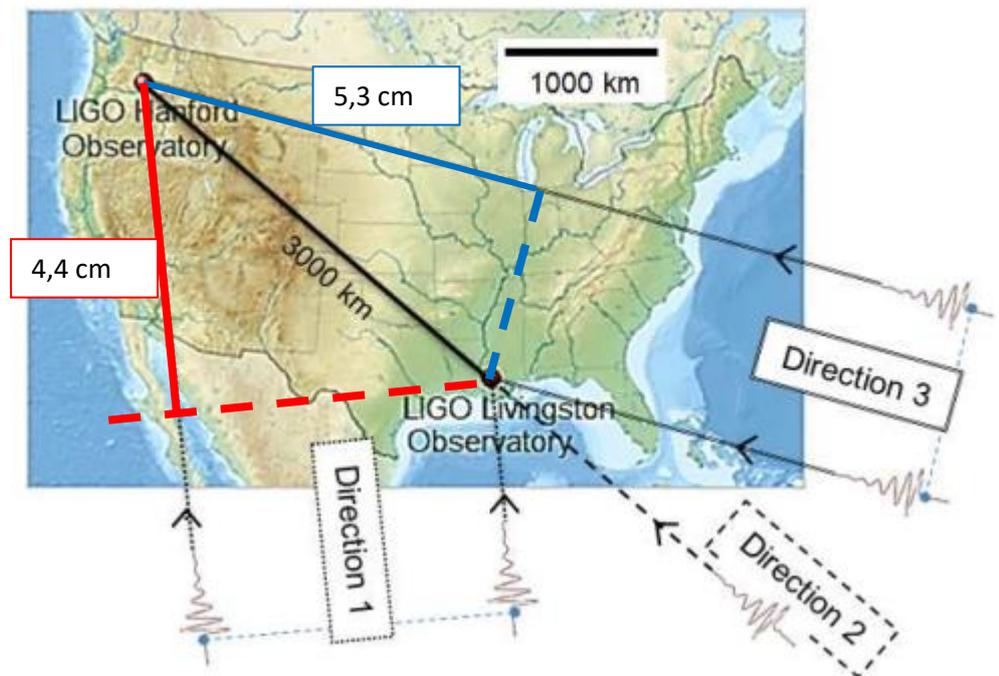
à l'échelle du schéma 1000 km  $\rightarrow$  2,0 cm

$2,1 \times 10^3 \text{ km} \rightarrow L \text{ cm}$

$$L = \frac{2,1 \times 10^3 \times 2,0}{1000} = 4,2 \text{ cm}$$

Seule la direction 1, est en accord avec nos calculs.

L'écart de 0,2 cm est dû à une imprécision concernant la mesure de  $L$



2.1. ++ Comment évolue la fréquence des ondes gravitationnelles :

$$T_{OG} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m}} \quad \text{comme} \quad f_{OG} = \frac{1}{T_{OG}}$$

$$f_{OG} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot m}{r^3}}$$

Lorsque les trous noirs se rapprochent alors  $r$  diminue, donc la fréquence des ondes gravitationnelles augmente.

2.2. ++ La vitesse du trou noir :  $v = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{G \cdot \frac{m}{r}}$



$$v = \frac{1}{2} \sqrt{G \cdot \frac{30 M_s}{r}}$$

$$v = \frac{1}{2} \times \sqrt{6,67 \times 10^{-11} \times \frac{30 \times 2,00 \times 10^{30}}{1,7 \times 10^5}}$$

$$v = 7,8 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

2.3. + Pour comparer on calcule le rapport :  $\frac{c}{v} = \frac{3,00 \times 10^8}{7,8 \times 10^7} = 3,9 \cong 4$

Ainsi  $v = \frac{c}{4}$ .

## Exercice 2 : Des ondes dans l'eau / 15 pts.

### Partie 1 : Détermination de la vitesse des ondes sonores dans l'eau / 4pts

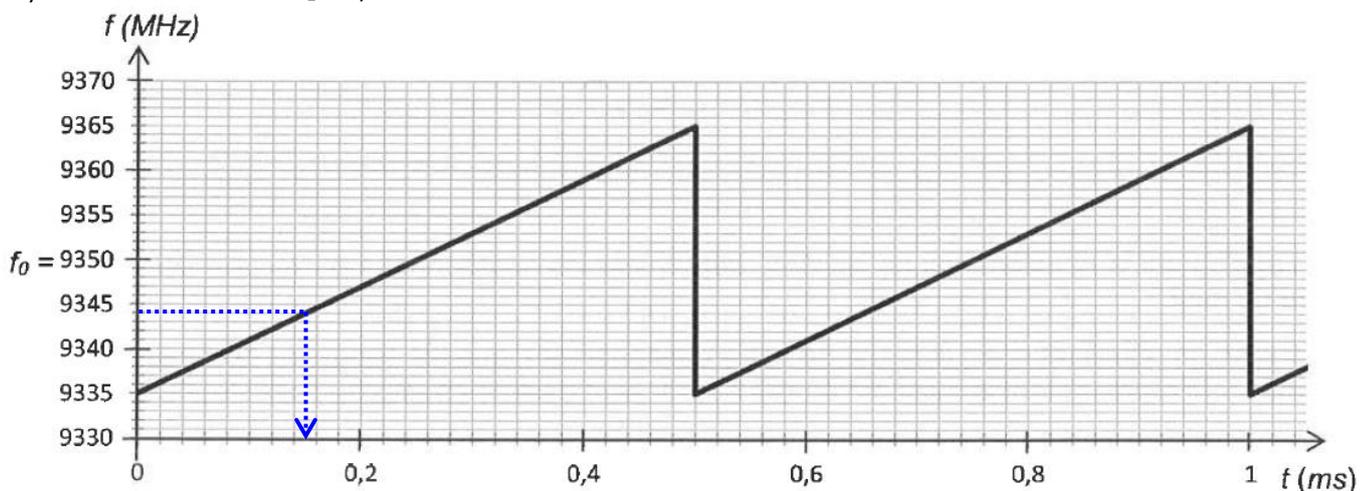
- 1.1. + La distance parcourue étant la même, l'onde sonore est plus rapide dans l'eau car elle met moins de temps pour arriver au récepteur par la voie A.
- 1.2. +++ Déterminons d'abord la distance D dans l'air.  
On a  $V = \frac{D}{t}$  donc  $D = V \times t$   
On a  $V = 3,0 \times 10^2$  et  $t = 6 \times 2 = 12 \text{ ms} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  donc  $D = 3,0 \times 10^2 \times 12 \cdot 10^{-3} = 3,6 \text{ m}$   
Dans l'eau  $V = \frac{D}{t} = \frac{3,6}{4 \cdot 10^{-3}} = 900 \text{ m/s}$  soit  $9,0 \cdot 10^2 \text{ m/s}$

### Partie 2 : Détermination de la position d'une cible fixe par la technique de l'écho par onde électromagnétique / 11pts.

2.1. ++ Vu que l'onde effectue un aller-retour (à la célérité  $c$ ) entre le radar et le bateau, on peut écrire :

$$c = \frac{2d}{\Delta t} \text{ donc } d = \frac{c \cdot \Delta t}{2}$$

2.2. + En utilisant le document 1, on en déduit que l'onde de fréquence 9344 MHz (et reçue à la date  $t = 0,43 \text{ ms}$ ) a été émise à la date  $t_1 = 0,15 \text{ ms}$ .



2.3. ++  $d = \frac{c \cdot \Delta t}{2} = \frac{c \cdot (t - t_1)}{2}$

$$d = \frac{3,00 \times 10^8 \times (0,43 \times 10^{-3} - 0,15 \times 10^{-3})}{2} = 4,2 \times 10^4 \text{ m} = 42 \text{ km}$$



2.4. +++ Le bateau responsable de l'écho est situé à la distance de  $d = 42 \text{ km} = \frac{42}{1,852} = 23 \text{ mn}$ ,

(mn = miles nautiques).

À l'aide du document 2, on détermine que pour le bateau 1, on a un interval :  $18 \text{ mn} < d < 27 \text{ mn}$  tandis que pour le bateau 2,  $27 \text{ mn} < d < 36 \text{ mn}$  : on en déduit que l'écho correspond au bateau 1.

2.5. ++ Vu le principe de la mesure de la durée de l'écho qui détermine la date d'émission  $t_1$  en mesurant la fréquence de l'onde reçue lors de l'écho, la durée de l'écho doit être au maximum égale à 0,5 ms (au-delà, il y a risque de confusion sur la date d'émission du signal).

$$d = \frac{c \cdot \Delta t_{MAX}}{2}$$

$$d = \frac{3,00 \times 10^8 \times 0,5 \times 10^{-3}}{2} = 7,5 \times 10^4 \text{ m} = 75 \text{ km} = 40 \text{ mn}$$

2.6. + On obtient 40 miles nautique, cette valeur est cohérente car proche de celle indiquée par le constructeur (36 mn). Pourcentage erreur :  $\% = \frac{|40-36|}{36} = 0,11$  soit 11%

