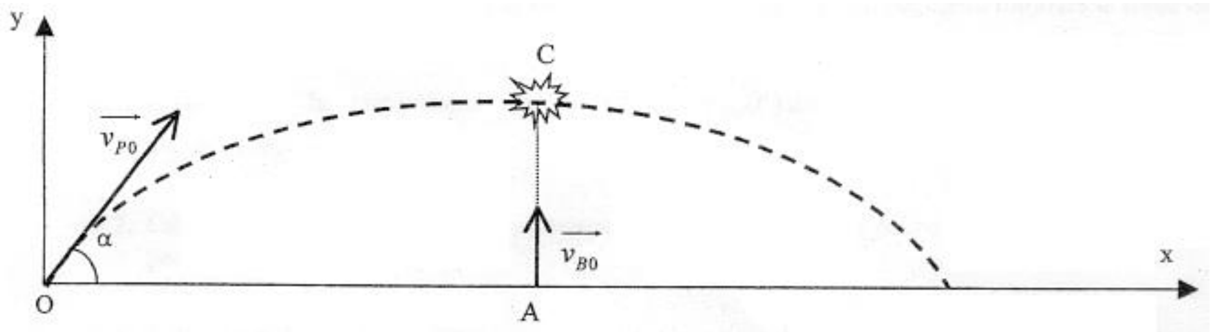
Comment aborder un exercice de mécanique (détermination de équations horaires, détermination des composantes du vecteur accélération).

Exemple de l'exercice bac : Afrique 2004 EXERCICE III : TIR AU PIGEON D'ARGILE (4 points) voir labolycee.org

On étudie le mouvement d'un pigeon d'argile lancé pour servir de cible à un tireur de ball-trap.

Le pigeon d'argile de masse m_P = 0,10 kg assimilé à un point matériel M est lancé avec un vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{PO}}$ de valeur $\left\|\overrightarrow{V_{PO}}\right\|$ = 30 m.s^{-1} faisant un angle α de 45° par rapport à l'horizontale. Le participant situé en A tire verticalement une balle de masse m_B = 0,020 kg avec un fusil. La vitesse initiale de la balle est $\left\|\overrightarrow{V_{BO}}\right\|$ = 500 m.s^{-1}, la balle, assimilée à un point matériel B, part du point A tel que OA = 45 m (Les vecteurs vitesse ne sont pas à l'échelle sur le schéma).
On donne g = 10 m.s^{-2}.
Attention : les temps correspondants à chaque mouvement sont notés différemment : *t* pour le pigeon d'argile et *t'* pour la balle de fusil.



1. Étude du mouvement du pigeon d'argile

On notera *t* le temps associé au mouvement du pigeon d'argile. A l'origine du mouvement *t* = 0.

1.1. On négligera les frottements sur le pigeon d'argile. Etablir l'expression $\overrightarrow{a_P}$ de son accélération à partir du bilan des forces.

Bloc 1 :

- définir le système, le référentiel, les forces appliquées
- appliquer la deuxième loi de Newton.

Référentiel d'étude : référentiel terrestre, supposé galiléen.
Système étudié : {point matériel M}
Bilan des actions extérieures : action de la Terre : le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$
Théorème du centre d'inertie : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m_P.\overrightarrow{a_P} \Leftrightarrow m_P.\vec{g} = m_P.\overrightarrow{a_P}$

$\Leftrightarrow \boxed{\overrightarrow{a_P} = \vec{g}}$

Attention, on a des vecteurs !

1.2. Donner les composantes de l'accélération $\overrightarrow{a_P}$ dans le repère (O, x, y).
Bloc 2 :

- On ne peut pas calculer avec une relation vectorielle, il faut donc la projeter dans un repère (l'égalité vectorielle permet de dire qu'il y a égalité pour les composantes selon x, les composantes selon y ….)

Le vecteur accélération $\overrightarrow{a_P}$ s'identifie au vecteur champ de pesanteur.

Coordonnées de $\overrightarrow{a_P}$: $\boxed{\overrightarrow{a_P} : \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}}$

On projette, on a pas de vecteurs : g est dirigé vers le bas donc négatif.

1.3. Établir les composantes $v_{Px}(t)$ et $v_{Py}(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}_P$ dans le repère (O, x, y) en fonction du temps *t* .

Bloc 3 :

- Exprimer le vecteur accélération en fonction de la dérivée du vecteur vitesse
- Intégrer, trouver la primitive des composantes de l'accélération, trouver la fonction qui lorsqu'on la dérive donne l'accélération.
- Déterminer les valeurs des constantes à t=0s.

Par définition : $\overrightarrow{a_P} = \dfrac{d\overrightarrow{v_P}}{dt}$: les coordonnées du vecteur vitesse sont donc des fonctions primitives des coordonnées du vecteur accélération :

Coordonnées de $\overrightarrow{v_P}$: $\overrightarrow{v_P} : \begin{cases} v_{Px}(t) = v_{P0x} \\ v_{Py}(t) = -g.t + v_{P0y} \end{cases}$

Condition initiale : à t = 0 : $\overrightarrow{v_{P\,(t=0)}} = \overrightarrow{v_{P0}}$.

Donc VPOx= VPO.cos

Coordonnées de $\overrightarrow{v_P}$: $\boxed{\overrightarrow{v_P} : \begin{cases} v_{Px}(t) = v_{P0x} = v_{P0}.(\cos\ \alpha) \\ v_{Py}(t) = -g.t + v_{P0y} = -g.t + v_{P0}.(\sin\ \alpha) \end{cases}}$

1.4. Établir les composantes $x_P(t)$ et $y_P(t)$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans le repère (O, x, y) en fonction du temps *t* .

Bloc 3 :

- Exprimer le vecteur vitesse en fonction de la dérivée du vecteur positon
- Intégrer, trouver la primitive des composantes de l'accélération, trouver la fonction qui lorsqu'on la dérive donne l'accélération.
- Déterminer les valeurs des constantes à t=0s.

Par définition : $\overrightarrow{v_P} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$: les coordonnées du vecteur position sont donc des fonctions primitives des coordonnées du vecteur vitesse :

Coordonnées de $\overrightarrow{OM}$: $\boxed{\overrightarrow{OM} : \begin{cases} x_P(t) = v_{P0}.(\cos\ \alpha).t \\ y_P(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.(\sin\ \alpha).t \end{cases}}$

Condition initiale : à t = 0, M est en O : $\overrightarrow{OM_{(t=0)}} = \vec{0}$