



## Chapitre 6 : Les outils de la mécanique newtonienne.

### I. Comment décrire un mouvement ?

Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération.

#### 1. Importance du référentiel.

- Choisir un référentiel d'étude.

En seconde, nous avons vu l'importance du référentiel dans la définition du mouvement d'un système (mouvement d'un passager par rapport au quai / par rapport au train).

Un référentiel est un solide. Il est déterminé par la donnée de quatre points non coplanaires. On prend souvent un solide très concret comme une table d'expériences (référentiel du laboratoire). On peut également être amené à prendre un "solide" moins concret; c'est ce que l'on fait en particulier quand on choisit le référentiel de Copernic, "solide" construit à partir du centre du système solaire et de trois étoiles.

Un référentiel Galiléen est un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est vérifié.

- Le référentiel Héliocentrique (solide formé par les centres, non coplanaires, du soleil et de trois autres étoiles) peut être considéré comme étant Galiléen pour étudier les voyages interplanétaires (Terre / Mars par exemple) ou pour étudier le mouvement des planètes autour du Soleil.
- Le référentiel Géocentrique (solide formé par les centres, non coplanaires, de la Terre et de trois étoiles) est considéré comme étant Galiléen pour étudier le mouvement des satellites terrestres.
- Le référentiel terrestre (référentiel du laboratoire, solide Terre) peut être considéré comme étant Galiléen pour les expériences dont la durée est courte par rapport au jour sidéral, ce qui est le cas de la plupart des expériences de mécanique réalisées sur Terre.
- Tous les référentiels en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel Galiléen sont eux-mêmes Galiléens.

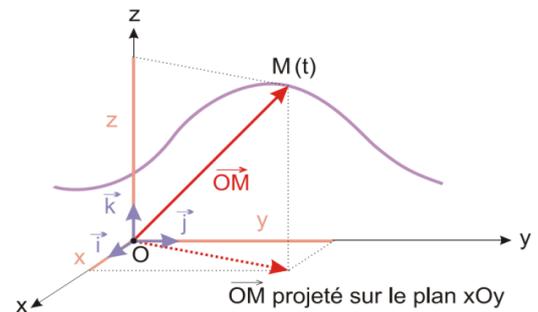
#### 2. Décrire un mouvement dans un repère orthonormé.

##### a) Le vecteur position.

Dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  lié au référentiel d'étude :

$$\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

$$\vec{OM} \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$$



##### b) Le vecteur vitesse.

Nous définissons la vitesse d'un objet comme étant la variation de sa position dans le temps :

$$\mathbf{v} = \frac{dx}{dt}$$

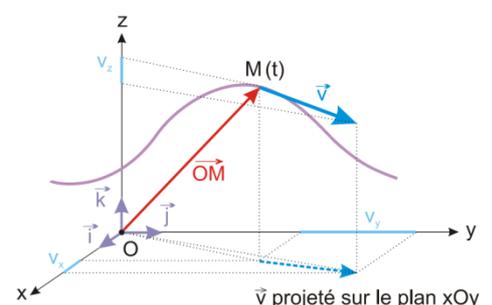
Dans cette relation, valable pour chaque coordonnée,  $d/dt$  signifie variation par rapport au temps. Nous pouvons dire que la vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps.

La dérivée est écrite comme une fraction pour rappeler qu'elles proviennent de la notion de pente.

L'expression  $\frac{dy}{dt}$  est prise dans le sens d'une forme raccourcie de  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$ ,

$$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}$$

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z} \end{cases}$$





**Exemple :** si  $v_x = 2,0 \text{ m.s}^{-1}$  et  $v_y = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$  cela signifie que le solide se déplace avec une vitesse de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  sur l'axe des x et de  $4 \text{ m.s}^{-1}$  sur l'axe des y. La valeur ou norme de la vitesse sera :

$$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2,0^2 + 4,0^2} = 4,5 \text{ m.s}^{-1}$$

### c) Le vecteur accélération.

Lorsque la vitesse n'est pas constante, on définit une nouvelle grandeur : l'accélération.

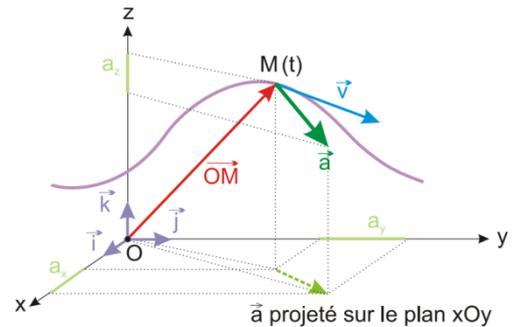
Par définition, on appelle vecteur accélération instantanée  $\vec{a}$  du mobile ponctuel la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse  $\vec{V}$ .

L'accélération s'exprime en  $\text{m.s}^{-2}$  dans le système international d'unités.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = \ddot{x} \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = \ddot{y} \\ a_z = \frac{dV_z}{dt} = \ddot{z} \end{cases}$$



- le point d'application de  $\vec{a}$  est le point M où se trouve le mobile ponctuel à cet instant.
- le vecteur  $\vec{a}$  est dirigé vers "l'intérieur" de la trajectoire.
- la longueur de  $\vec{a}$  représente, à une échelle donnée, la norme du vecteur accélération à cet instant

la norme est :  $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

- sur une chronophotographie, on déterminera le vecteur accélération par :  $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$

**Exemple :** si  $a_x = 2,0 \text{ m.s}^{-2}$  et  $a_y = 4,0 \text{ m.s}^{-2}$  cela signifie que le solide voit sa vitesse varier de  $2 \text{ m.s}^{-1}$  en une seconde sur l'axe des x et de  $4 \text{ m.s}^{-1}$  en une seconde sur l'axe des y. La valeur ou norme de l'accélération sera :

$$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2,0^2 + 4,0^2} = 4,5 \text{ m.s}^{-2}$$

### 3. Définir un mouvement à partir de l'étude cinématique.

- Définir et reconnaître des mouvements (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément varié, circulaire uniforme, circulaire non uniforme) et donner dans chaque cas les caractéristiques du vecteur accélération

Le mouvement d'un objet par rapport à un référentiel nous informe de la trajectoire et de la vitesse (ou accélération) du système.

Le mouvement est rectiligne uniforme (MRU) : l'objet a une trajectoire rectiligne (il se déplace en ligne droite) et à vitesse constante : l'accélération est nulle.

Le mouvement rectiligne uniformément accéléré (MRUA) : l'objet a une trajectoire rectiligne (il se déplace en ligne droite) et sa vitesse est uniformément accélérée (accélération constante).

Trajectoire **circulaire** : mouvement le long d'un cercle ou un arc de cercle

Trajectoire **curviligne** : mouvement le long d'une courbe quelconque

#### Exercice : Trouver les caractéristiques du vecteur accélération.

Un système est défini dans un repère par son vecteur position :  $\vec{OM} = 5.t^2\vec{i} + 3\vec{j}$

Le vecteur vitesse est défini par :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = 10t \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 0 \end{cases}$$

la vitesse n'est pas constante  
le mouvement n'est pas uniforme

A  $t = 2,0 \text{ s}$ , le vecteur vitesse a pour composante :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = 20 \\ v_y = 0 \end{cases} \quad \text{la}$$

vitesse est de  $20 \text{ m/s}$  à  $t = 2,0 \text{ s}$



Le vecteur accélération est défini par :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{d\dot{x}}{dt} = 10 \\ a_y = \frac{d\dot{y}}{dt} = 0 \end{cases} \quad \text{l'accélération est constante et égale à } 10 \text{ m.s}^{-2}$$

## II. Dynamique newtonienne

- Définir la quantité de mouvement d'un point matériel.
- Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour étudier un mouvement.

### 1. La quantité de mouvement.

**Le vecteur quantité de mouvement  $\vec{p}$  d'un point matériel est égal au produit de sa masse  $m$  par son vecteur vitesse:**

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \text{Unité légale } m \text{ (kg), } v \text{ (m.s}^{-1}\text{), } p \text{ (kg.m.s}^{-1}\text{)}$$

Le vecteur quantité de mouvement **dépend du référentiel**.  
colinéaire et de même sens que le vecteur vitesse.  
Les caractéristiques du vecteur quantité de mouvement sont

$\vec{p}(t)$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{direction : celui du vecteur vitesse} \\ \text{sens : celui du mouvement} \\ \text{point d'application : le point } M \\ \text{une valeur } p = \|\vec{p}\| = m \cdot v \end{array} \right.$  Il est

### 2. Les lois de Newton.

- Connaître et exploiter les trois lois de Newton.

#### a) La première loi de Newton : principe de l'inertie.

Dans un référentiel Galiléen, si la somme des forces extérieures ( $\sum \vec{F}_{\text{ext}}$ ) appliquées à un solide est nulle alors ce solide est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme.

- La réciproque est vraie :

Dans un référentiel Galiléen, si le vecteur vitesse  $\vec{v}_G$  du centre d'inertie d'un solide ne varie pas alors la somme des forces extérieures appliquées au solide est nulle.

**Dans les référentiels, appelés référentiels Galiléens, si la somme des forces extérieures appliquées à un solide est nulle alors le centre d'inertie de ce solide est soit au repos, soit en mouvement rectiligne uniforme, et réciproquement.**

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0} \iff \vec{v}_G \text{ reste constant en direction, sens et norme}$$

**la quantité de mouvement reste constante**

#### b) La deuxième loi de Newton.

**Dans un référentiel Galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un solide est égale à la dérivée par rapport au temps de son vecteur quantité de mouvement.**

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots = d\vec{p}/dt$$

On peut considérer cette deuxième loi de Newton comme un principe justifié par toutes les conséquences qu'on en tire.

Remarque : Si  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$  alors  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0}$  et, par conséquent,  $\vec{v}_G$  reste constant en direction, sens et norme (on retrouve la première loi de Newton).

#### c) La troisième loi de Newton : loi des actions réciproques.

**Lorsque un corps A exerce sur un corps B une action mécanique alors le corps B exerce sur le corps A une force tel que :  $\vec{F}_{A/B} = - \vec{F}_{B/A}$**