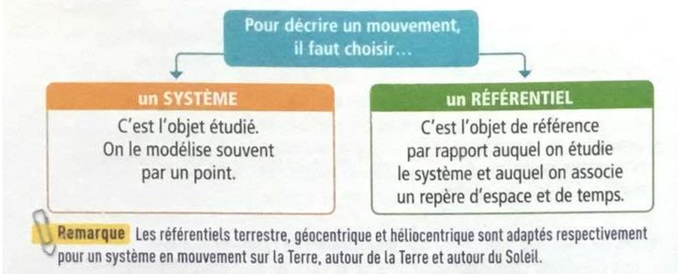
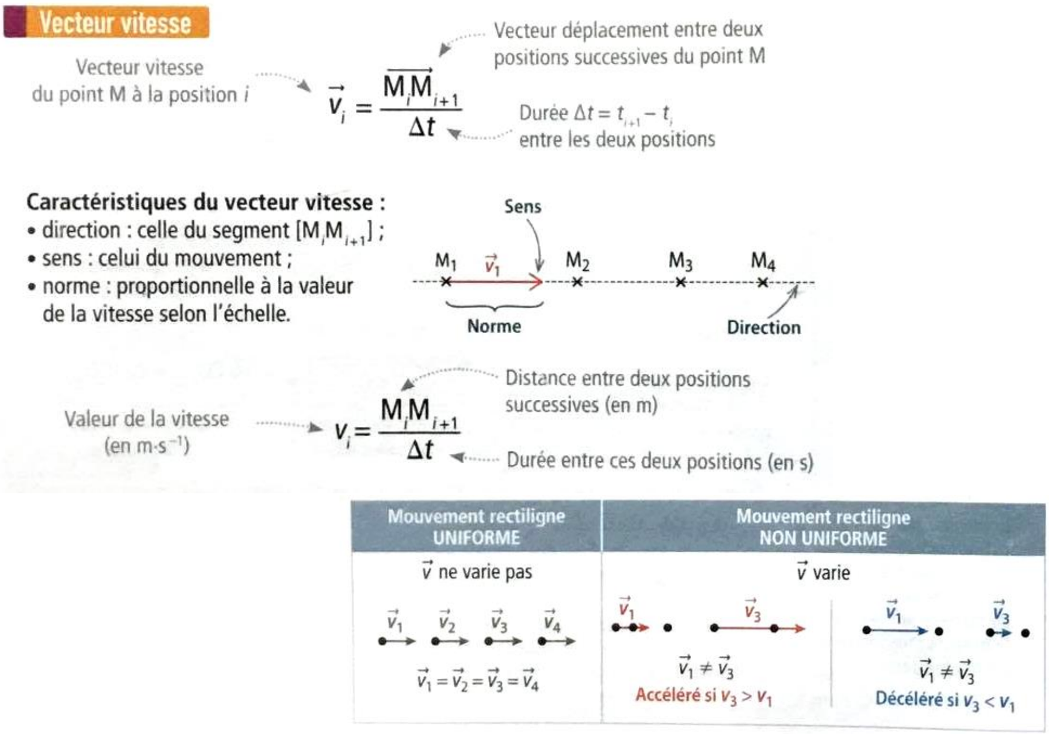
Chapitre 4 : Comment décrire un mouvement ?



Pour décrire un mouvement, il faut choisir…

un SYSTÈME	un RÉFÉRENTIEL
C'est l'objet étudié. On le modélise souvent par un point.	C'est l'objet de référence par rapport auquel on étudie le système et auquel on associe un repère d'espace et de temps.

Remarque Les référentiels terrestre, géocentrique et héliocentrique sont adaptés respectivement pour un système en mouvement sur la Terre, autour de la Terre et autour du Soleil.



Vecteur vitesse

Vecteur vitesse du point M à la position i

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{M_iM_{i+1}}}{\Delta t}$$

Vecteur déplacement entre deux positions successives du point M

Durée $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ entre les deux positions

Caractéristiques du vecteur vitesse :

- direction : celle du segment $[M_iM_{i+1}]$;
- sens : celui du mouvement ;
- norme : proportionnelle à la valeur de la vitesse selon l'échelle.

Valeur de la vitesse (en $m \cdot s^{-1}$)

$$v_i = \frac{M_iM_{i+1}}{\Delta t}$$

Distance entre deux positions successives (en m)

Durée entre ces deux positions (en s)

Mouvement rectiligne UNIFORME	Mouvement rectiligne NON UNIFORME	
$\vec{v}$ ne varie pas	$\vec{v}$ varie	
$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \vec{v}_4$	$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_3$ Accéléré si $v_3 > v_1$	$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_3$ Décéléré si $v_3 < v_1$

I. Système étudié.

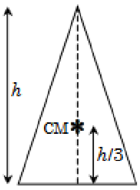
Centre de masse d'un système.

- *Justifier qualitativement la position du centre de masse d'un système, cette position étant donnée*

En mécanique, on étudie la **position d'un objet (le système) par rapport à un référentiel.**
L'**objet** (skateur) est assimilé à un **point** (point M) qu'on appelle centre de gravité.

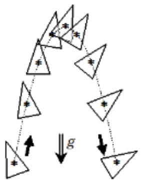
1. Le centre de masse.

Pour analyser facilement un phénomène mécanique, on considère que la masse entière d'un corps est située en un seul point appelé centre de masse. En mécanique classique, le **centre de masse** est également appelé **centre de gravité**, ou centre d'inertie du système.

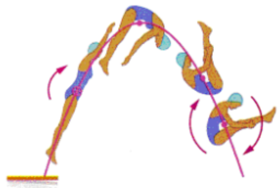


Le centre de masse CM d'un corps est un point de référence imaginaire situé à la position moyenne de la masse du corps.

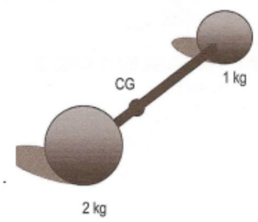
Lorsqu'un corps effectue un mouvement libre (aucun axe de rotation imposé sur le corps), alors le centre de masse du corps effectue un mouvement de translation tandis que les autres points du corps effectuent une rotation autour du centre de masse.



Un triangle homogène lancé dans la gravité.


Un plongeur effectue un saut avec de la rotation.

2. Justifier la position du centre de masse



Le centre de gravité de gravité de cet haltère particulier est décalé vers la masse la plus lourde du système.

On a une masse de 2 kg et une de 1 kg.
L'ensemble fait 3 kg. On décompose la tige en trois morceaux. Le CM est à 1/3 de la masse de 2 kg.
On à 2 kg × 1/3 distance = 1 kg × 2/3 de la distance

UN PONT VERS LES MATHS

Le barycentre noté G entre deux points matériels A de masse m_1 et B de masse m_2 est tel que :

$$m_1\overrightarrow{GA} + m_2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

Pour un objet quelconque on le décompose en une infinité de points matériels M_i, et le barycentre ou centre de masse G est tel que :

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$$

Remarque. Expérimentalement, on peut déterminer le centre de masse par :
– le point d'intersection des droites d'actions du poids lorsque le solide est suspendu suivant différents points
– le point d'intersection des droites suivant lequel le système bascule dans le vide lorsqu'il est initialement sur un support ;
– le point particulier du système qui décrit une trajectoire plus simple que les autres.

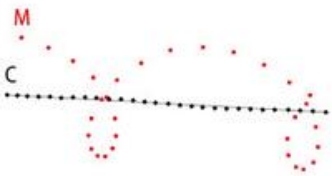
Animation : http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/barycentre.html
Vidéo : https://youtu.be/audOIj_9X1U

3. Exercices

1 Palet de hockey

On lance sur la glace un palet de hockey muni de deux repères visuels, un en son centre (C), l'autre en périphérie (M). Le mouvement du palet est filmé.

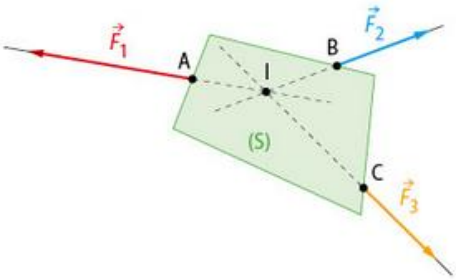
À l'aide d'un logiciel approprié, on obtient pour chacun des points C et M une trajectoire.



1. Décrire les trajectoires des points M et C.
2. Quel point est le centre de masse ?

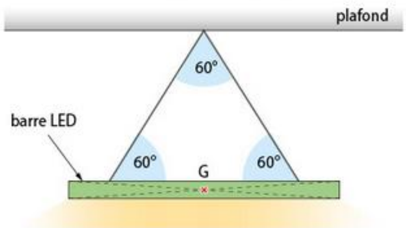
2 Solide en équilibre

Justifier que le centre de masse du solide en suspension ci-dessous soit le point I.



3 Luminaire

Une barre LED de masse 500 g est accrochée à un plafond par deux câbles métalliques identiques exerçant une action de tension d'intensité similaire sur la barre.



Justifier la position du centre de masse G de la barre LED.

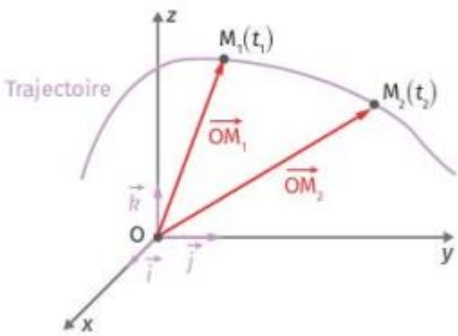
II. Vecteurs vitesse et accélération.

Pour étudier le mouvement (déplacement, vitesse et accélération), la position du système est décrite dans un référentiel.

1. Les coordonnées du point.

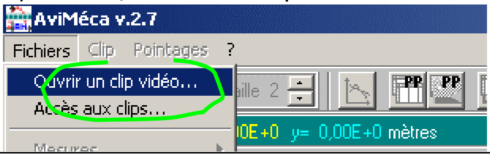
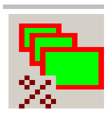
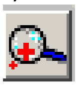
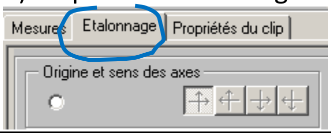
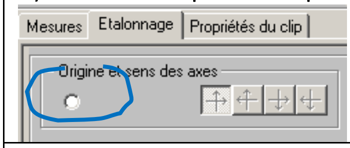
Dans le repère $(o.\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ lié au référentiel d'étude :

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + z\,\vec{k} \qquad \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array}\right.$$

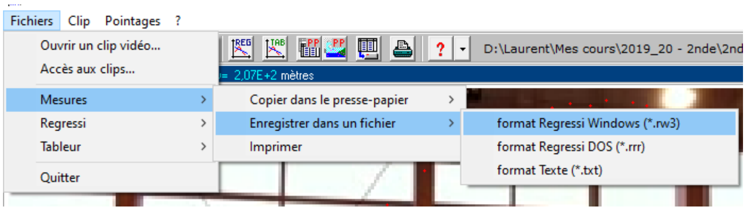


Comment obtenir les coordonnées du centre de masse ?

Utilisons un logiciel de pointage (AVIMECA).

1) Fichier / Ouvrir un clip vidéo : « video basket » 	2) Adapter votre vidéo à l'écran en cliquant sur adapter. 
3) Afficher la loupe 	4) Cliquer sur Etalonnage 
5) Placer un repère adéquat 	6) Régler l'échelle : Cliquer sur échelle et entrer la taille de basketteur : 1m80. Cliquer la position du 1er point puis celle du deuxième point.
7) Cliquer sur mesure pour revenir au tableau.	8) Commencer à pointer le système

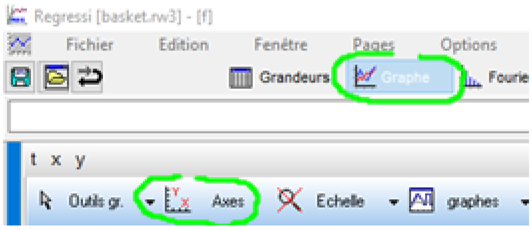
Enregistrer le fichier au format regressi windows.



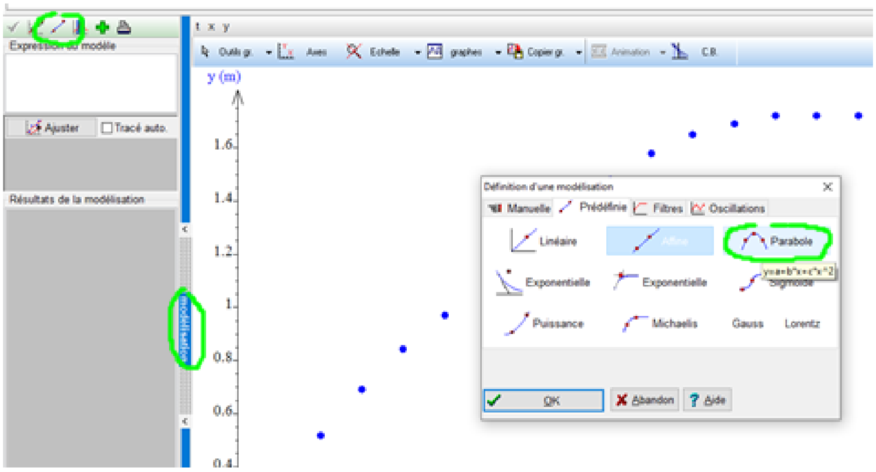
Ouvrir Regressi et chercher le fichier enregistré (fichier/ouvrir/…).

Afficher le graphique en cliquant sur l'icône « graphe ».

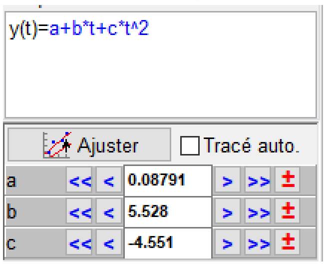
Pour avoir les coordonnées du vecteur position, il faut déterminer les équations horaires (en physique la donnée qui varie est le temps).
Afficher le graphique de x en fonction du temps.



Modéliser par la fonction adéquate.



Faire de même avec y en fonction du temps.



On obtient par exemple : $y = -4{,}55 \times t^2 + 5{,}53 \times t + 0{,}088$

2. Le vecteur vitesse.

La vitesse moyenne est égale au rapport de la distance parcourue par la durée nécessaire pour parcourir cette distance :

vitesse (m/s) —— $v = \dfrac{d}{t}$ —— d : distance (m) ; t : temps (s)

<u>la distance :</u> $v = \dfrac{d}{t}$

$t \times v = \dfrac{d}{t} \times t$

$\boxed{t \times v = d}$

<u>la durée :</u> $t \times v = d$

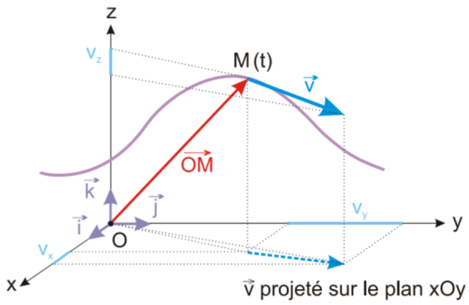
$\dfrac{t \times v}{v} = \dfrac{d}{v}$

$\boxed{t = \dfrac{d}{v}}$

Le vecteur vitesse.

Le vecteur vitesse est défini comme la dérivée du vecteur position :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$



$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}$$

$$\vec{V} \left| \begin{array}{l} V_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{array} \right.$$

Pas de malentendu

La notation $\dfrac{df}{dt}$ est équivalente à la notation $f'(t)$ en mathématiques.

En physique du point, nous définissions la vitesse d'un objet comme étant la variation de sa position pour un temps très court :

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt}}$$

Dans cette relation, valable pour chaque coordonnée, d/dt signifie variation par rapport au temps. Nous pouvons dire que la vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps.
La dérivée est écrite comme une fraction pour rappeler qu'elles proviennent de la notion de pente.

L'expression $\dfrac{dy}{dt}$ est prise dans le sens d'une forme raccourcie de $\displaystyle\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$,

La norme du vecteur vitesse à partir des composantes.

La norme v de $\vec{v}$ à la date t est donnée par la relation :

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

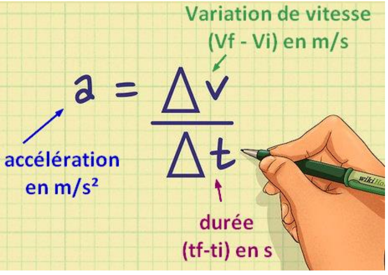
Exemple: si $v_x = 2{,}0$ m.s^{-1} et $v_y = 4{,}0$ m.s^{-1} cela signifie que le solide se déplace avec une vitesse de 2 m.s^{-1} sur l'axe des x et de 4 m.s^{-1} sur l'axe des y. La valeur ou norme de la vitesse sera: $v = \|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^{\,2} + v_y^{\,2}} = \sqrt{2{,}0^2 + 4{,}0^2} = 4{,}5 \text{ m.s}^{-1}$

Pas de malentendu

- Norme, valeur et intensité sont des synonymes couramment employés.
- La norme d'un vecteur est toujours positive, tandis que la composante d'un vecteur peut être positive ou négative.

3. Le vecteur accélération.

Lorsque la vitesse n'est pas constante, on définit une nouvelle grandeur : l'accélération.
L'accélération moyenne correspond au rapport de la variation de vitesse sur la durée de cette variation.



Exercice B1 : ex 6 page 304

6 Accélération d'une voiture

Déterminer les accélérations moyennes des voitures suivantes.

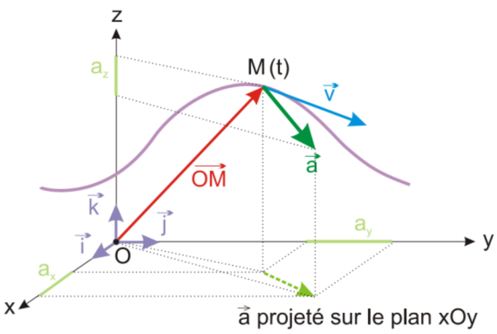
1. Une voiture de course passant de 0 à 100 km·h^{-1} en 3,0 s.
2. Une voiture subissant un choc durant 70 ms tel que $\Delta v = -16$ km·h^{-1}.
3. Une voiture roulant à 30 km·h^{-1} subissant un arrêt brutal en un dixième de seconde.

Par définition, on appelle vecteur accélération instantanée $\vec{a}$ du mobile ponctuel la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{V}$.
L'accélération s'exprime en m. s^{-2} dans le système international d'unités.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \ddot{x}\,\vec{i} + \ddot{y}\,\vec{j} + \ddot{z}\,\vec{k}$$

$$\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \ddot{x} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = \ddot{y} \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = \ddot{z} \end{array} \right.$$



- le point d'application de $\vec{a}$ est le point M où se trouve le mobile ponctuel à cet instant.
- le vecteur $\vec{a}$ est dirigé vers "l'intérieur" de la trajectoire.
- la longueur de $\vec{a}$ représente, à une échelle donnée, la norme du vecteur accélération à cet instant

la norme est : a = $\sqrt{ax^2 + ay^2 + az^2}$

- sur une chronophotographie, on déterminera le vecteur accélération par : $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$

La norme du vecteur accélération se calcule à partir de :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Exemple: si a_x =2,0 m.s^{-2} et v_y = 4,0 m.s^{-2} cela signifie que le solide voit sa vitesse varier de 2 m.s^{-1} en une seconde sur l'axe des x et de 4 m.s^{-1} en une seconde sur l'axe des y. La valeur ou norme de l'accélération sera:

$$a = \|\vec{a}\| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2} = \sqrt{2{,}0^2 + 4{,}0^2} = 4{,}5 \text{ ms}^{-2}$$

III. Etude expérimentale du mouvement.

- *Réaliser et/ou exploiter une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.*
- *Capacité mathématique : Dériver une fonction.*

1. Comment déterminer les coordonnées du vecteur position.

Voir paragraphe précédent.

2. Comment dériver une fonction ?

En mathématiques, la **dérivée** d'une fonction d'une variable réelle mesure l'ampleur du changement de la valeur de la fonction (valeur de sortie : y en math) par rapport à un petit changement de son argument (valeur d'entrée : x en math).

f(x)	f ' (x)
a	0
x	1
ax + b	a
x²	2x
ax² + bx + c	2ax + b
x³	3x²

$f(x) = 5x^3 + 3x^2 - 4x + 8$

$f'(x) = 5\times3x^2 + 3\times2x - 4$

$\mathbf{f'(x) = 15x^2 + 6x - 4}$ -

En physique la variable est le temps. On dérive donc par rapport au temps.

Exemple : y(t) = -4,55 × t² + 5,53 × t + 0,088

La dérivée : y(t)' = $\frac{dy}{dt}$ = -4,55 × 2 × t + 5,53 = -11,05 × t + 5,33

Côté maths

On dispose de la fonction f définie pour tout x par :

$$f = 10x^2 - 8x + 5$$

1. Exprimer la dérivée f' de f sous la forme différentielle et donner l'expression de f'.

2. Calculer le nombre dérivé en $x = 1$.

3. Exprimer la dérivée seconde f'' de f sous la forme différentielle et donner l'expression de f''.

Méthode

1. La notation différentielle f' de la dérivée de f s'écrit $\frac{df}{dx}$ et se lit : « dérivée de f par rapport à x ».

Les formules de dérivation conduisent à :

$$\frac{df}{dx} = f' = 20x - 8$$

2. Le nombre dérivé en $x = 1$ est $f'(1) = 12$.

3. La notation différentielle f'' de la dérivée seconde de f s'écrit $\frac{d^2f}{dx^2}$ et se lit : « dérivée seconde de f par rapport à x ». On peut encore écrire $\frac{d^2f}{dx^2} = \frac{df'}{dx}$.

Les formules de dérivation conduisent à : $\frac{d^2f}{dx^2} = f'' = 20$.

Côté physique & chimie

L'équation horaire, en unités SI, du mouvement d'un point mobile qui se déplace suivant un axe Ox est :

$$x = 10t^2 - 8t + 5$$

1. Exprimer la coordonnée v_x du vecteur vitesse de ce point mobile.

2. Calculer la valeur de la vitesse à la date $t = 1$ s.

3. Exprimer la coordonnée a_x du vecteur accélération du point mobile.

Méthode

1. La coordonnée v_x du vecteur vitesse est la dérivée de l'abscisse du vecteur position par rapport au temps :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 20t - 8 \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

2. À la date $t = 1$ s, la coordonnée v_x est : $v_x(1) = 12$ m·s^{-1}. Pour ce mouvement selon l'axe Ox, la valeur de la vitesse à cette date est donc :

$$v(1) = \sqrt{v_x(1)^2 + v_y(1)^2} = \sqrt{v_x(1)^2 + 0^2} = 12 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3. La coordonnée a_x du vecteur accélération est la dérivée seconde de l'abscisse x du vecteur position par rapport au temps. C'est aussi la dérivée de l'abscisse v_x du vecteur vitesse par rapport au temps :

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = 20 \ (\text{m}\cdot\text{s}^{-2})$$

3. Du vecteur position aux composantes du vecteur vitesse et accélération.

On comme vecteur position le vecteur : $\overrightarrow{OM}$

$$x(t) = (v_0 \,.\, \cos\alpha).t$$

$$y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (v_0 \,.\, \sin\alpha).t$$

La variable est le temps, les autres grandeurs, Vo, alpha et g sont des constantes.
Par définition le vecteur vitesse est :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{v}\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} \\ \dfrac{dy}{dt} \end{cases}$$

en dérivant par rapport au temps

$$\vec{v}\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v_0.\cos\alpha \\ \dfrac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0.\cos\alpha \end{cases}$$

Par définition, le vecteur accélération est :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

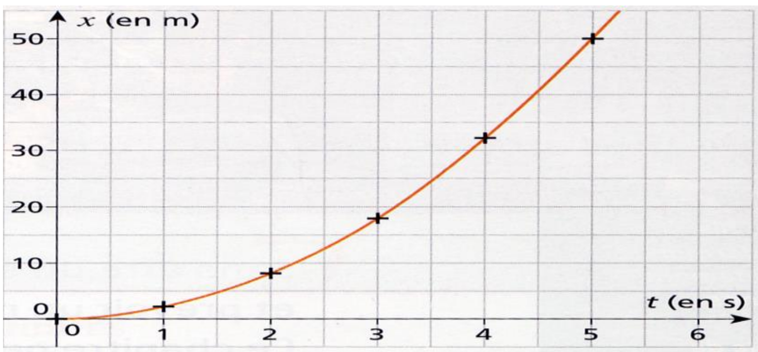
- *Capacité numérique : Représenter des vecteurs « accélération » d'un point lors d'un mouvement à l'aide d'un langage de programmation.*

Exercice C1

Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du point G (centre d'inertie) d'un objet dont la trajectoire est défini par : $\overrightarrow{OM} = 3.t^2\,\vec{i} + 8t\,\vec{j}$

Exercice C2 : Evolution d'une voiture en ligne droite.

1. Le mouvement de la voiture se fait que dans une direction. Que peut-on dire de y(t) et z(t) ?
2. Sachant que l'équation horaire est de type parabolique, déterminer l'équation horaire du mouvement de la voiture.
3. Donner l'équation horaire de la vitesse. En déduire la valeur de la vitesse à t = 3,0 s.



.

Exercice 15 page 306.

15 Chute de la tour Eiffel

✔ REA/MATH : Dériver

On étudie le mouvement d'un objet lâché depuis le troisième étage de la tour Eiffel, dont l'altitude au cours du temps est décrite par l'équation horaire suivante :

$$z(t) = -\frac{a}{2} \cdot t^2 + h$$

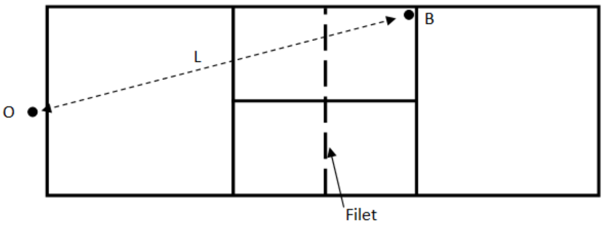
1. Des deux repères représentés sur la photo, identifier celui choisi pour la modélisation de la coordonnée $z(t)$. Justifier.
2. Déterminer la composante du vecteur vitesse $v_z(t)$.
3. En déduire les normes des vitesses de l'objet au moment où il atteint le deuxième étage, puis le premier étage.
4. Déterminer la durée de la chute jusqu'au sol.

Données

- **Hauteur du premier étage :** $h_1 = 58$ m
- **Hauteur du deuxième étage :** $h_2 = 116$ m
- **Hauteur du troisième étage :** $h_3 = 276$ m
- **Coefficient :** $a = 9{,}8$ m·s^{-2}

Exercice C3 : Le tennis.

Un terrain de tennis est un rectangle de longueur 23,8 m et de largeur 8,23 m. Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est 0,920 m.
Lorsqu'un joueur effectue un service, il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à 6,40 m du filet. On étudie un service du joueur placé au point O.



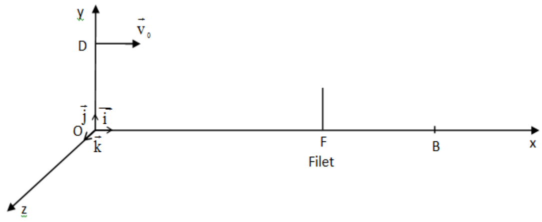
Ce joueur souhaite que la balle frappe le sol en B tel que OB = L = 18,7 m.

Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé sur la verticale de O à la hauteur H = 2,20 m.
La balle part alors de D avec une vitesse de valeur v_0 = 126 km.h^{-1}, horizontale comme le montre le schéma.
La balle de masse m = 58,0 g sera considérée comme ponctuelle et on considérera que l'action de l'air est négligeable. L'étude du mouvement sera faite dans le référentiel terrestre, galiléen, dans lequel on choisit un repère Oxyz comme l'indique le schéma.

Les équations horaires paramétriques du mouvement de la balle sont : $x(t) = v_0\,t$

$$y(t) = \frac{-gt^2}{2} + H$$

$$z(t) = 0$$



1. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse de la balle et du vecteur accélération à tout instant.

2. Sachant que la distance OF = 12,2 m, la balle, supposée ponctuelle, passe-t-elle au-dessus du filet ?

3. Donner la valeur de la vitesse lorsque la balle passe au-dessus du filet.

4. Montrer que le service sera considéré comme mauvais, c'est-à-dire que la balle frappera le sol en un point B' tel que OB' soit supérieur à OB.

4. Vecteur accélération et mouvement rectiligne.

- *Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré.*

Mouvement rectiligne uniforme :
Rectiligne : les vecteurs vitesses ont même direction et même sens ;
Uniforme : les normes de vecteurs vitesses sont les mêmes.

Le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un mouvement rectiligne uniforme est un vecteur nul :

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} = 0 \cdot \vec{i} = \vec{0}$$

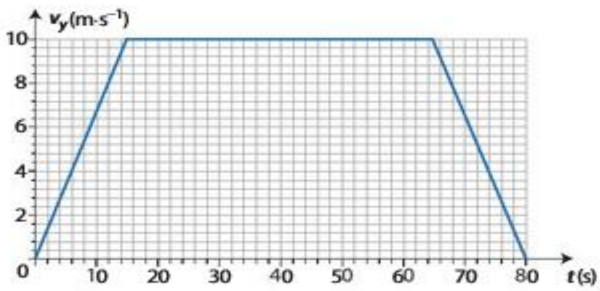
Mouvement rectiligne accéléré.
Rectiligne : les vecteurs vitesses ont même direction et même sens ;
Accéléré : la norme du vecteur vitesse augmente.

Un mouvement rectiligne est dit uniformément accéléré si et seulement si $\vec{a}(t)$ est constant au cours du temps :

$$\vec{a}(t) = a_x \cdot \vec{i}$$

Exercice C3 : Ascenseur à Dubaï..

À Dubaï, le Bürj Khalifa, plus haut gratte-ciel du monde, est équipé d'un ascenseur pouvant se déplacer à 40 $km \cdot h^{-1}$. Le graphique ci-après donne l'évolution de la coordonnée verticale v_y de la vitesse de l'ascenseur en fonction du temps.
L'axe vertical Oy est ascendant.



Questions.

1. Déterminer pour chaque phase les coordonnées ax de l'accélération de la cabine.

Phase 1 :

Phase 2 :

Phase 3 :

2. En déduire pour chaque phase le type de mouvement.

IV. Mouvement circulaire uniforme.

Coordonnées des vecteurs « vitesse » et « accélération » dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.

1. Repère de Frenet.

- *Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vecteurs « vitesse » et « accélération » dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.*

On utilise un repère dit repère de Frenet qui permet d'étudier le vecteur accélération suivant deux axe : un axe normal et un axe tangentiel.

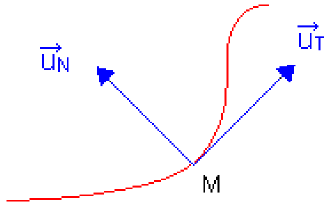
Le vecteur unitaire $\vec{u}_T$ est tangent à la trajectoire plane, au point M où se trouve le mobile. Ce vecteur est orienté arbitrairement dans le sens du mouvement.

Le vecteur unitaire $\vec{u}_N$ est normal à la trajectoire. Il est orienté vers l'intérieur de la courbe.

Par définition :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\,\vec{u}_T + \frac{v^2}{R}\,\vec{u}_N$$

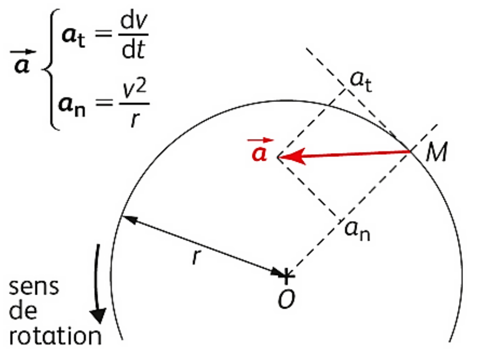
L'accélération **tangentielle fait varier la vitesse** alors que l'**accélération normale modifie la direction.**



Lorsqu'un point M est animé d'un mouvement circulaire, on définit les coordonnées a_n et a_t du vecteur accélération $\vec{a}$ selon deux directions :

- a_n de direction le rayon OM ;
- a_t de direction la tangente à la trajectoire en M.

On montre que :

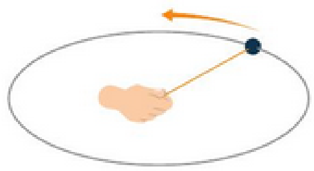


Exercice D1 : la fronde..

La fronde

Une fronde de longueur $L = 50$ cm retient un petit caillou de masse $m = 40$ g. Ce caillou, en rotation, a une vitesse de valeur constante $v = 7{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ autour de la main, dans un plan horizontal. On néglige l'action de l'air.
On considère qu'à cette vitesse, le poids est négligeable devant la force exercée par la corde.

Déterminer les caractéristiques du vecteur accélération du caillou dans le repère de Frenet.



Exercice D2 : Scie circulaire.

Une scie circulaire d'un diamètre 60 cm tourne à 640 tours par minute.

1) Calculer la période de rotation.

2) En déduire la vitesse linéaire d'une de ses dents (vitesse de coupe).

3) Calculer l'accélération subie par une de ses dents.

Exercice D3 : satellite..

Un satellite géostationnaire tourne autour de la terre à la vitesse supposée constante de 11 000 km/h. On suppose que sa trajectoire est une orbite circulaire de 42 000 km.

1) Décrie le type de mouvement du satellite.

2) Calculer l'accélération subie par le satellite.

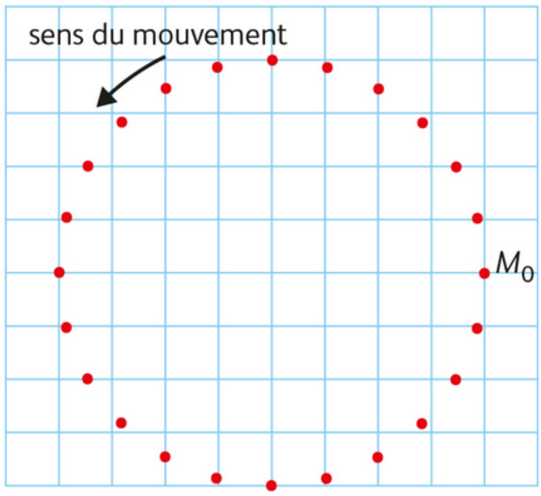
Exercice D4 : la centrifugeuse.

Doc. 1 Centrifugeuse humaine

Longueur du bras (m)	18
Valeur maximale de la vitesse de rotation (tours/min)	38,6
Valeur maximale de l'accélération	30 *G*

Caractéristiques de l'une des centrifugeuses de la Cité des étoiles, près de Moscou.

Doc. 2 Mouvement d'un point *M* dans la centrifugeuse



1. Calculer la valeur maximale de l'accélération de la centrifugeuse.

2. Comparer à la valeur donnée en « G ».

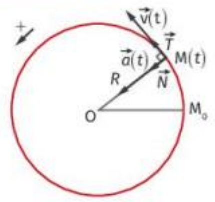
2. Vecteur accélération et mouvement circulaire.

- *Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : circulaire, circulaire uniforme.*

Mouvement circulaire uniforme.

- la composante tangentielle de l'accélération $a_T(t)$ est nulle, car $v(t) = v$ est constante. On a donc $a_T = 0\ \text{m·s}^{-2}$, ce qui se traduit par une accélération uniquement normale ;
- la composante normale a_N est constante et égale à $a_N = a = \frac{v^2}{R}$. $\vec{a}$ et $\vec{N}$ sont donc colinéaires et de même sens : on parle d'accélération centripète.

Pas de malentendu



Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire pour un mouvement circulaire uniforme ; le vecteur accélération est quant à lui centripète, c'est-à-dire dirigé vers le centre.

La norme du vecteur accélération est constante, mais le vecteur accélération n'est pas constant (sa direction change en fonction du temps).

Le vecteur accélération a pour expression, dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire uniforme :

$$\vec{a} = a \cdot \vec{N} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{N} \quad \text{ou} \quad \vec{a}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}_{(M,\vec{T},\vec{N})}$$

a : accélération centripète (m·s^{-2})
v : vitesse tangentielle (m·s^{-1})
R : rayon de la trajectoire circulaire (m)

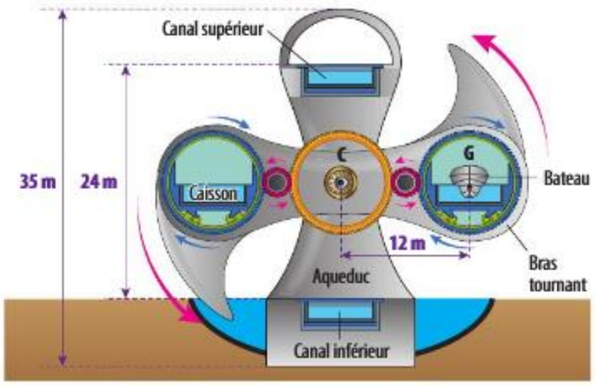
Exercice D4 : Ascenseur à bateau.

Un ascenseur à bateau

Faire un schéma adapté ; mobiliser et organiser ses connaissances ; effectuer des calculs ; faire preuve d'esprit critique et argumenter.

D'après Baccalauréat Amérique du Sud, 2016

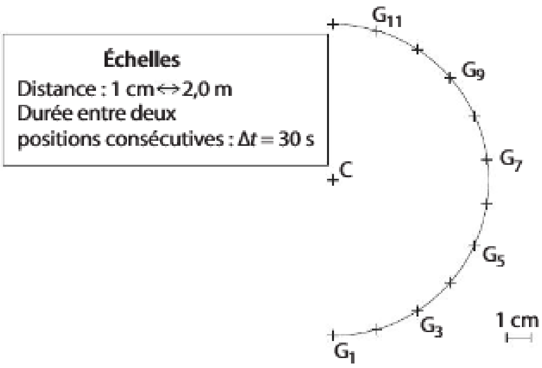
La Roue de Falkirk est un ascenseur rotatif à bateaux construit près de la ville de Falkirk dans le centre de l'Écosse. Après trois ans de travaux, cet ascenseur a été inauguré par la Reine en mai 2002. Le bras tournant comporte deux godets remplis d'eau, situés à chacune de ses extrémités. Un système de roues dentées permet la rotation du bras.



Dans un référentiel terrestre considéré galiléen, le système étudié est un godet contenant de l'eau et un bateau dont le centre de masse est G.

Partie I **Le système d'enregistrement du mouvement**

Un dispositif de pointage a permis de repérer la position de G lors du fonctionnement de l'ascenseur.



1. Donner la nature du mouvement de G.

2. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse du système, dans un repère de Frenet.

Partie II **Le roulis**

Le roulis est un mouvement d'oscillations latérales du bateau. Afin que le roulis soit négligeable lors de l'ascension, la valeur de l'accélération du centre de masse du système, dans son mouvement de rotation autour de C, doit être faible : elle ne doit pas dépasser un centième de l'accélération de la pesanteur terrestre ($g = 9{,}81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

• Le roulis est-il ici négligeable ?