

**Terminale S****Activité : les lois de Kepler.****I. Un peu d'histoire ...**

En astronomie, les **lois de Kepler** décrivent les propriétés principales du mouvement des planètes autour du Soleil, sans les expliquer. Elles ont été découvertes par Johannes Kepler à partir des observations et mesures de la position des planètes faites par Tycho Brahé, mesures qui étaient très précises pour l'époque.

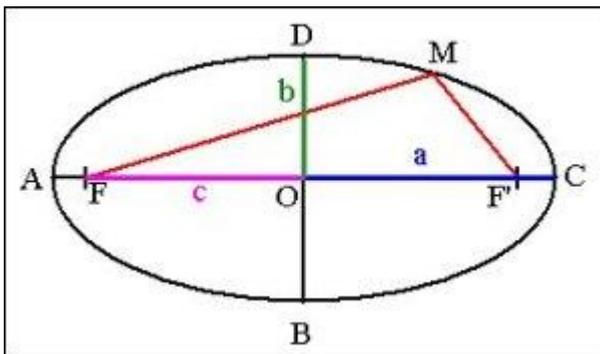
Copernic avait soutenu en 1543 que les planètes tournaient autour du Soleil, mais il les laissait sur les trajectoires circulaires du vieux système de Ptolémée hérité de l'antiquité grecque.

Les deux premières lois de Kepler furent publiées en 1609 et la troisième en 1618. Les orbites elliptiques, telles qu'énoncées dans ses deux premières lois, permettent d'expliquer la complexité du mouvement apparent des planètes dans le ciel sans recourir aux épicycles du modèle ptolemaïque.

**II. Les lois de Kepler.****1. Première Loi = Loi des orbites**

Les planètes décrivent autour du Soleil des orbites en forme d'ellipses. Le soleil ne se trouve pas au centre de l'ellipse, mais sur un point appelé foyer.

C'est quoi une ellipse ?



**Paramètres :**

**O** : centre

**F et F'** : foyers tel que  $OF = OF' = c$  avec **c** : distance du centre au foyer

**a** : longueur du demi grand axe

**b** : longueur du demi petit axe

**AC** : grand axe  $AC = 2.a$

**BD** : petit axe

**e** : excentricité  $e = c/a$

Pour tout point **M** de l'ellipse  $MF + MF' = 2a$

Pour une ellipse l'excentricité est comprise entre 0 et 1 ; si **e** est petit, on a presque un cercle.

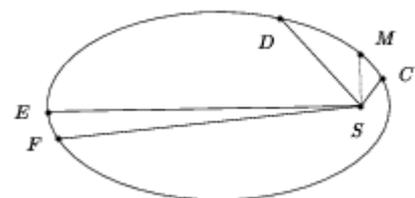
**Exercice 1:**

Calculer l'excentricité de la Terre sachant que la distance Terre-Soleil varie entre 142,1 et 152,1 millions de kilomètres.

Peut-on assimiler le mouvement de la Terre à un cercle ?

**2. Seconde Loi = Loi des aires**

Si **S** est le Soleil et **M** une position quelconque d'une planète, l'aire balayée par le segment **[SM]** entre deux positions **C** et **D** est égale à l'aire balayée par ce segment entre deux positions **E** et **F** si la durée qui sépare les positions **C** et **D** est égale à la durée qui sépare les positions **E** et **F**.



La vitesse d'une planète devient donc plus grande lorsque la planète se rapproche du soleil. Elle est maximale au voisinage du rayon le plus court (périhélie), et minimale au voisinage du rayon le plus grand (aphélie).

### 3. Troisième Loi = Loi des périodes

Soient  $T$  la période sidérale d'un objet (temps entre deux passages successifs devant une étoile lointaine) et  $a$  le demi-grand axe de la trajectoire de la planète :  $\frac{a^3}{T^2} = k$  avec  $k$  constant.

De cette troisième loi, on déduit qu'il existe un facteur constant entre la force exercée et la masse de la planète considérée, qui est la constante de gravitation universelle, ou constante gravitationnelle.

#### Exercice 2

Voici un tableau que Kepler aurait pu faire pour consigner les résultats des observations de Tycho Brahé et de ses calculs.

Pour les planètes du système solaire :

| planète | a : demi grand axe en $10^3$ km | T période de révolution en jour | T période de révolution en $10^6$ s | $T^2/a^3$ en $\text{jour}^2 \cdot \text{km}^{-3}$ | $T^2/a^3$ en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$ |
|---------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---|---|
| Mercure | 57910                           | 87,97                           | 7,57984708                          | $3,98482 \cdot 10^{-11}$                          | $2,95842 \cdot 10^{-19}$                      |
| Vénus   | 108200                          | 224,7                           | 19,3610508                          | $3,98588 \cdot 10^{-11}$                          | $2,95921 \cdot 10^{-19}$                      |
| Terre   | 149600                          | 365,26                          | 31,47226264                         | $3,98483 \cdot 10^{-11}$                          | $2,95843 \cdot 10^{-19}$                      |
| Mars    | 227940                          | 686,98                          | 59,19294472                         | $3,98498 \cdot 10^{-11}$                          | $2,95855 \cdot 10^{-19}$                      |
| Jupiter | 778330                          | 4332,71                         | 373,3236244                         | $3,98133 \cdot 10^{-11}$                          | $2,95583 \cdot 10^{-19}$                      |

Pour les satellites de Jupiter observés par Galilée :

| satellite | a : demi grand axe en $10^3$ km | T période de révolution en jour | T période de révolution en $10^6$ s | $T^2/a^3$ en $\text{jour}^2 \cdot \text{km}^{-3}$ | $T^2/a^3$ en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$ |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|---|---|
| Io        | 422                             | 1,77                            | 0,15251028                          | $4,16878 \cdot 10^{-8}$                           | $3,095 \cdot 10^{-16}$                        |
| Europe    | 671                             | 3,55                            | 0,3058822                           | $4,17147 \cdot 10^{-8}$                           | $3,097 \cdot 10^{-16}$                        |
| Ganymède  | 1070                            | 7,15                            | 0,6160726                           | $4,17312 \cdot 10^{-8}$                           | $3,09822 \cdot 10^{-16}$                      |
| Callisto  | 1883                            | 16,69                           | 1,43807716                          | $4,17217 \cdot 10^{-8}$                           | $3,09751 \cdot 10^{-16}$                      |

- De quoi dépend le rapport  $T^2/a^3$  ?
- Montrer que la valeur du rapport est égale à  $4 \cdot \pi^2 / (G \cdot m)$  où  $G$  est la constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$  et la masse de l'astre attracteur.  
pour le Soleil :  $M_S = 2,00 \cdot 10^{30} \text{ kg}$   
pour Jupiter :  $M_J = 1,91 \cdot 10^{27} \text{ kg}$

Les lois de Kepler s'appliquent aussi bien aux satellites naturels qu'aux satellites artificiels d'un astre. Pour quelques satellites de la Terre :

| satellite       | a : demi grand axe en $10^3$ km | T période de révolution | T période de révolution en s | $T^2/a^3$ en $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-3}$ |
|-----------------|---------------------------------|-------------------------|------------------------------|---|
| Lune            | 384                             | 27,32 jours             | $2,35 \cdot 10^6$            | $9,78632 \cdot 10^{-14}$                      |
| Hipparcos       | 24,546                          | 10h37min 57s            | 38277                        | $9,9068 \cdot 10^{-14}$                       |
| NOAA 15         | 7,19                            | 1h41min09s              | 6069                         | $9,90941 \cdot 10^{-14}$                      |
| GPS BII-01      | 26,5625                         | 11h58min08s             | 43088                        | $9,90617 \cdot 10^{-14}$                      |
| Globalstar MO48 | 7,79                            | 1h54min4s               | 6844                         | $9,90849 \cdot 10^{-14}$                      |

- En utilisant la constante trouvée pour les satellites artificiels (quatre dernières lignes du tableau), déterminer la masse de la Terre.