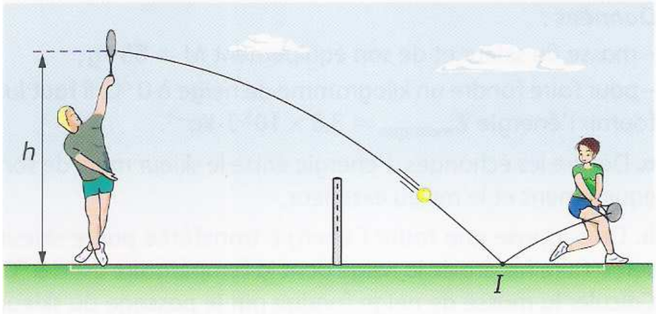
Séance n°12

Conservation de l'énergie

Exercice n°1 Au service

Au service, un joueur de tennis frappe, à l'instant de date $t_0 = 0$ s, une balle de masse $m = 58{,}0$ g à une hauteur $h = 2{,}4$ m au dessus du sol et lui communique alors une vitesse de valeur $v_0 = 116\ km.h^{-1}$.
On modélise la situation en représentant la balle par un corps ponctuel en mouvement de chute libre, c'est-à-dire dès que la balle n'est plus en contact avec la raquette.



a. Calculer l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c(t_0)$ et l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{pp}(t_0)$ de la balle à l'instant de date t_0 en choisissant $\mathcal{E}_{pp} = 0$ J à l'altitude du terrain.

Par définition :

$$\mathcal{E}_c(t_0) = \frac{1}{2}\, m\, v_0^2$$

Application numérique :

$\mathcal{E}_c(t_0) = \frac{1}{2} \times 58{,}0\times10^{-3} \times (116\times10^3/3600)^2$

$\mathcal{E}_c(t_0) = 30{,}1$ J

En choisissant $\mathcal{E}_{pp} = 0$ J à l'altitude du terrain, on a :

$$\mathcal{E}_{pp}(t_0) = mgh$$

Application numérique :

$\mathcal{E}_{pp}(t_0) = 58{,}0\times10^{-3}\times9{,}8\times2{,}40$

$\mathcal{E}_{pp}(t_0) = 1{,}4$ J

b. Déterminer les valeurs de l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c(t_I)$ et l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{pp}(t_I)$ de la balle à l'instant de date t_I quand elle touche le terrain en I.

En I, à l'altitude du terrain :

$\mathcal{E}_{pp}(t_I) = 0$ J

Sans apport d'énergie et si on ne tient pas compte des forces de frottements (la balle est considérée comme en « chute libre »), il y a conservation de l'énergie mécanique :

$\mathcal{E}_m(t_0) = \mathcal{E}_m(t_I)$

$\mathcal{E}_c(t_0) + \mathcal{E}_{pp}(t_0) = \mathcal{E}_c(t_I) + \mathcal{E}_{pp}(t_I)$

$\mathcal{E}_c(t_I) = \mathcal{E}_c(t_0) + \mathcal{E}_{pp}(t_0) - \mathcal{E}_{pp}(t_I)$
$\mathcal{E}_c(t_I) = \frac{1}{2}\, m\, v_0^2 + mgh - 0$

$$\mathcal{E}_c(t_I) = \frac{1}{2}\, m\, v_0^2 + mgh$$

Application numérique :
$\mathcal{E}_c(t_I) = \frac{1}{2} \times 58{,}0\times10^{-3} \times (116\times10^3/3600)^2 + 58{,}0\times10^{-3}\times9{,}8\times2{,}40$
$\mathcal{E}_c(t_I) = 31{,}5$ J

c. En déduire la valeur v_I de la vitesse de la balle lors de l'impact sur le sol en I.
Par définition :
$\mathcal{E}_c(t_I) = \frac{1}{2}\, m\, v_I^2$
$\frac{1}{2}\, m\, v_I^2 = \frac{1}{2}\, m\, v_0^2 + mgh$
$v_I^2 = v_0^2 + 2gh$

$$v_I = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Application numérique:
$v_I = \sqrt{(116\times10^3/3600)^2 + 2\times9{,}8\times2{,}40}$

$v_I = 33{,}0\ m.s^{-1}$

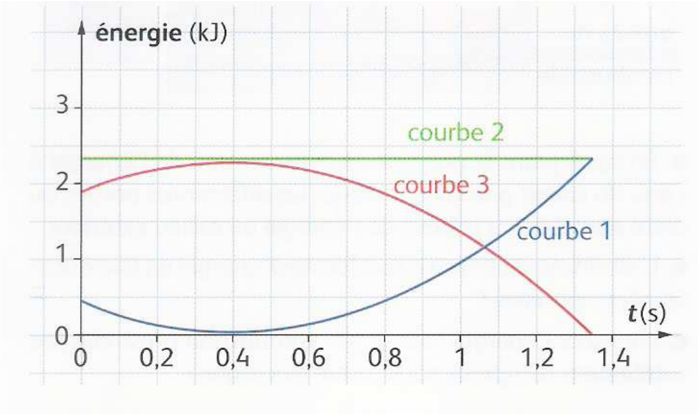
d. En réalité, la vitesse d'impact est-elle inférieure, supérieure ou égale à la valeur calculée en c. ? Justifier.

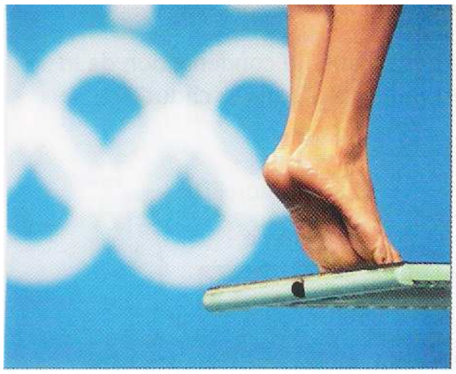
En tenant compte des frottements de l'air, l'énergie mécanique ne se conserve pas mais décroît sans cesse.
Il y a transfert d'énergie par transfert thermique :

$\mathcal{E}_c(t_I) < 31{,}5$ J   et $v_I < 33{,}0\ m.s^{-1}$

Exercice n°2 Etude graphique d'un plongeon

Une simulation a permis de tracer les courbes d'évolution au cours du temps de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$, de l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c$ et de l'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{pp}$ d'une plongeuse lors de la phase de saut.
On modélise la plongeuse par un solide ponctuel A de masse m = 60 kg en chute libre au dessus de l'eau.
$\mathcal{E}_{pp} = 0$ J au niveau de la surface de l'eau.





a. Attribuer à chaque courbe l'énergie dont elle traduit les variations. Justifier.

Lors de la phase ascendante du mouvement, la vitesse de la plongeuse diminue, puis elle augmente lors de la phase descendante,

Donc l'énergie cinétique $\mathcal{E}_c(t) = \frac{1}{2} m[v(t)]^2$ diminue puis augmente.

La courbe 1 correspond donc aux variations de l'énergie cinétique.

L'altitude de la plongeuse augmente puis diminue.

L'énergie potentielle de pesanteur $\mathcal{E}_{pp}(t) = mgz(t)$ subit les mêmes variations.

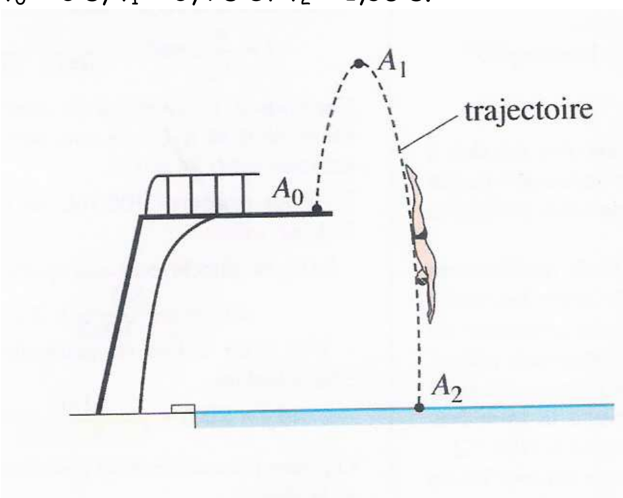
La courbe 3 traduit les variations de l'énergie potentielle de pesanteur.

La courbe 2 correspond donc à l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$,

Nous remarquons que l'énergie mécanique se conserve du fait de l'absence de frottements et d'apport d'énergie au cours du plongeon.

b. Représenter succinctement, sur un graphe sans échelle, l'allure de la trajectoire parabolique du point A modélisant la plongeuse.

Placer sur ce graphique les points A_0, A_1, A_2 de passage du point A aux instants de dates $t_0 = 0$ s, $t_1 = 0{,}4$ s et $t_2 = 1{,}35$ s.



c. Déterminer l'altitude de départ h_0 ainsi que l'altitude maximale h_{max} atteintes par A par rapport à la surface de l'eau.

A l'instant de date $t_0 = 0$:

$\mathcal{E}_{pp}(t_0) = mgh_0$

$h_0 = \mathcal{E}_{pp}(t_0) / mg$

$$\boldsymbol{h_0 = \mathcal{E}_{pp}(t_0) / mg}$$

Par lecture graphique sur la courbe 3 :

$\mathcal{E}_{pp}(t_0) = 1{,}9$ kJ

Application numérique :

$h_0 = 1{,}9 \times 10^3 / (60 \times 9{,}8)$

$h_0 = 3{,}2$ m

L'altitude maximale h_{max} correspond à la valeur maximale de l'énergie potentielle de pesanteur, à l'instant de date $t_1 = 0{,}4$ s.

(Toute l'énergie mécanique se trouve alors sous forme d'énergie potentielle de pesanteur).

$\mathcal{E}_{pp}(t_1) = mgh_{max}$

$$\boldsymbol{h_{max} = \mathcal{E}_{pp}(t_1) / mg}$$

Par lecture graphique sur la courbe 3 :

$\mathcal{E}_{pp}(t_1) = 2{,}3$ kJ

Application numérique :

$h_0 = 2{,}3 \times 10^3 / (60 \times 9{,}8)$

$h_{max} = 3{,}9$ m

d. Quelle est la vitesse de A lorsqu'il passe au niveau de l'eau ?

Lorsqu'il passe au niveau de l'eau, à $t_2 = 1{,}35$ s, son énergie cinétique est maximale, son énergie potentielle de pesanteur est nulle :

$\mathcal{E}_c(t_2) = \mathcal{E}_m(t_2)$

De plus :

$\mathcal{E}_c(t_2) = \frac{1}{2} m[v(t_2)]^2 = \frac{1}{2} mv_2^2$

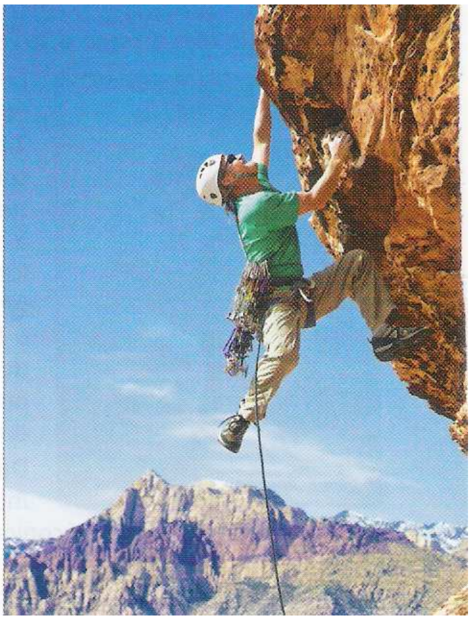
$$\boldsymbol{v_2 = \sqrt{(2\,\mathcal{E}_c(t_2)/m}}$$

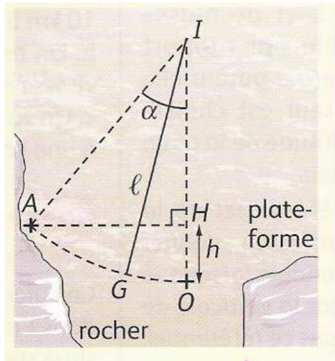
$v_2 = \sqrt{(2 \times 2{,}3 \times 10^3 / 60)}$

$v_2 = 8{,}7$ m.s^{-1} (31 km.h^{-1})

Exercice n°3 Alpinisme

Un alpiniste est situé en un point A sur une montagne. En situation délicate du fait d'un manque d'appui, il décide de « penduler » pour gagner une plate-forme plus confortable. Pour cela, il se laisse partir en chute « dans le vide », sans vitesse initiale, suspendue à sa corde qui a été fixée en un point I par son compagnon de cordée.
L'alpiniste est modélisé par un solide ponctuel G, de masse m = 80kg. Il passe en un point O situé à la verticale de I avec une vitesse notée v_0 .





Données :
Angle entre la corde et la verticale au départ : α = 40° ;
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ \mathrm{N.kg^{-1}}$;
La masse de la corde est négligeable devant celle de l'alpiniste ;
Au cours de la chute, lorsque la corde est tendue, la distance entre l'alpiniste et le point de fixation de la corde ne varie pratiquement pas : IG = ℓ = 10 m.

1-En appliquant le principe de conservation de l'énergie mécanique, montrer que la valeur v_0 de la vitesse de l'alpiniste en 0 peut s'écrire : $v_0 = \sqrt{2gh}$.

Etudions le système {pendule ; corde} dans le référentiel terrestre.
Si on ne tient pas compte des forces de frottements, ce système n'échange pas d'énergie avec le milieu extérieur. D'après le principe de la conservation de l'énergie mécanique :

$\mathcal{E}_m(A) = \mathcal{E}_m(O)$

$\mathcal{E}_c(A) + \mathcal{E}_{pp}(A) = \mathcal{E}_c(O) + \mathcal{E}_{pp}(O)$ relation (1)

Choisissons l'énergie potentielle de pesanteur nulle à l'altitude du point O.
La relation (1) s'écrit alors :

$0 + mgh = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0$

Par suite :

$\boldsymbol{v_0 = \sqrt{2gh}}$

2-En déduire l'expression de v_0 en fonction de α , g et ℓ .

$h = IO - IH = \ell - IH$

De plus, dans le triangle IHA rectangle en H :

$\cos \alpha = IH / IA = IH / \ell$

Par suite:

$IH = \ell \cos \alpha$

D'où :

$h = \ell - \ell \cos \alpha$

Donc :

$$v_0 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \alpha)}$$

3-Calculer la valeur de v_0 en $m.s^{-1}$ et en $km.h^{-1}$.

$$v_0 = \sqrt{2 \times 9,8 \times 10 \times (1 - \cos 40)}$$

$v_0 = 6,8\ m.s^{-1}$ $v_0 = 24\ km.h^{-1}$

4-L'alpiniste atteint la plate-forme en un point B avec une vitesse nulle. Comparer l'altitude de B à celle de A si les frottements sont négligeables.

Appliquons le principe de la conservation de l'énergie mécanique :

$\mathcal{E}_m(A) = \mathcal{E}_m(B)$

$\mathcal{E}_c(A) + \mathcal{E}_{pp}(A) = \mathcal{E}_c(B) + \mathcal{E}_{pp}(B)$

Or:

$\mathcal{E}_c(A) = \mathcal{E}_c(B) = 0$

Par suite:

$\mathcal{E}_{pp}(A) = \mathcal{E}_{pp}(B)$

B se situe donc à la même altitude que A